Poursuite de petites recherches au sujet de certains décomposants de Goldbach en lien avec l'algorithme d'Euclide étendu (Denise Vella-Chemla, 9.8.2020)

1) Expérimentations

On a effectué par ordinateur quelques calculs expérimentaux utilisant l'algorithme d'Euclide étendu pour tenter de mettre en relation un décomposant de Goldbach d'un nombre pair $n \geq 6$ (un nombre premier p_1 dont le complémentaire $p_2 = n - p_1$ à n est premier lui aussi) avec un autre décomposant de Goldbach de n.

Pour rappel, l'algorithme d'Euclide étendu permet de trouver pour deux nombres entiers a et b deux autres nombres entiers x et y solutions de l'équation $ax + by = 1$.

On identifie par ces expériences de programmation au moins deux sortes de nombres pairs (on note n le nombre pair considéré) :

- les cas, très nombreux (97% des nombres jusqu'à 10000), pour lesquels l'algorithme d'Euclide étendu appliqué entre un premier nombre a et n d'une part, et un second nombre b et n d'autre part, établit une relation symétrique entre a et b et où l'on a simultanément a et b qui sont tous les deux des décomposants de Goldbach de n : il existe une configuration de nombres a, b, z tels que

  $$\mathrm{PGCD}_e(a, n) = (\pm b, z) \text{ et } \mathrm{PGCD}_e(b, n) = (\pm a, z)$$

  et $a, b, n - a$ et $n - b$ sont tous premiers.
  Exemple : $n = 92$.
  $\mathrm{PGCD}_e(3, 92) = (31, -1)$ (car $3 \times 31 + (-1) \times 92 = 1$) et
  $\mathrm{PGCD}_e(31, 92) = (3, -1)$ et
  3 est un décomposant de Goldbach de 92 (89 est premier) et
  31 est lui aussi un décomposant de Goldbach de 92 (61 est premier). Les 2 nombres en question sont deux inversibles du groupe $((\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*, \times)$.

- les nombres pairs pour lesquels aucun cas de symétrie tel que celui décrit ci-dessus n'existe. Jusqu'à 100, cela concerne les nombres 20, 28, 32, 44, 52, 64, 76 et 88.

2) Rappel de l'application de l'algorithme d'Euclide étendu sur un exemple

Les premier et second éléments d'une ligne sont les second et troisième éléments de la ligne qui la précède dans le tableau. Les colonnes x et y sont utilisés pour la seconde représentation matricielle présentée plus loin.

Dividende (a)	*Diviseur* (b)	*Reste* (r)	*Quotient* (q)	Relation invariante ($r = a - bq$)	x	y
$a = 385$	$b = 156$	73	2	$73 = a - 2b$	1	-2
156	73	10	2	$10 = b - 2 \times 73 = -2a + 5b$	-2	5
73	10	3	7	$3 = 15a - 37b$	15	-37
10	3	1	3	$1 = -47a + 116b$	-47	116
3	1	0	3	$-47 \times 385 + 116 \times 156 = 1$		

Pour une représentation matricielle, on utilise des matrices de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (cf. [1] et [2]).

L'exécution de l'algorithme peut être mise en correspondance avec la multiplication des matrices :

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 2 & 73 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 2 & 73 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 2 & 73 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 63 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 2 & 73 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 126 & 30 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = N \\
&= \begin{pmatrix} 252 & 133 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = M
\end{aligned}$$

La somme des éléments de la première ligne de la matrice M est $252 + 133 = 385$, le nombre a dividende initial, tandis que la somme des éléments de la première ligne de la matrice N est $126+30 = 156$, le nombre b diviseur initial. On peut également obtenir les nombres $b = 156$ et $a = 385$ en multipliant à droite la

séquence de matrices de la forme $\begin{pmatrix} q_i & r_i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ par la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (séquence complète pour obtenir a, séquence sans son premier élément pour obtenir b).

On préfère cependant la formulation matricelle trouvée dans [5], qui bien que faisant intervenir des matrices de 2 tailles différentes (des 2×2, et des 2×3) fait voir plus aisément les valeurs des variables calculées. Les matrices 2×2 sont de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -q_i \end{pmatrix}$ tandis que les matrices 2×3 sont de la forme $\begin{pmatrix} a_i & x_i & y_i \\ b_i & x_{i+1} & y_{y+1} \end{pmatrix}$ ainsi :

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 385 & 1 & 0 \\ 156 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
=&\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 156 & 0 & 1 \\ 73 & 1 & -2 \end{pmatrix} \\
=&\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 73 & 1 & -2 \\ 10 & -2 & 5 \end{pmatrix} \\
=&\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 10 & -2 & 5 \\ 3 & 15 & -37 \end{pmatrix} \\
=&\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 15 & -37 \\ 1 & -47 & 116 \end{pmatrix} \\
=&\begin{pmatrix} 1 & -47 & 116 \\ 0 & 156 & 385 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Remarque : On a à tout étape de l'algorithme respect de la relation invariante habituelle $a = bq + r$ mais également dans cette deuxième version $x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i = (-1)^i$.

3) Représentation géométrique pour l'algorithme d'Euclide étendu

Représentons ci-dessous le fait que l'algorithme étendu permette de trouver les coefficients $x = 4$ et $y = -3$ pour les valeurs fournies $a = 4$ et $b = 5$, qui permettent que l'identité de Bézout $4 \times 4 - 3 \times 5 = 1$ soit vérifiée. Le point $Q\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est sur la droite perpendiculaire à la droite (OP) qui passe par le point P' avec $\overrightarrow{OP'} = \dfrac{\overrightarrow{OP}}{OP^2}$.

Il faudrait réfléchir à la possibilité que cette représentation géométrique puisse peut-être permettre de "voir" les décomposants de Goldbach *directement*, par opposition à une méthode de visualisation comme celle qu'on a proposée par exemple en [5] et qui nécessite de cribler les multiples.

4) Présenter graphiquement les points trouvés par l'algorithme d'Euclide étendu dans un seul cas particulier

Pour cependant visualiser à la fois les résultats de l'algorithme d'Euclide étendu et les décomposants de Goldbach des nombres pairs compris entre 6 et 100, on décide de dessiner des sortes de spaghetti (fournis en annexe). Voici le résultat d'une telle visualisation pour le nombre pair 98, pour lequel l'algorithme d'Euclide étendu fournit :

$(3, 98) = (33, -1)$	$(95, 98) = (-33, 32)$	
$(5, 98) = (-39, 2)$	$(93, 98) = (39, -37)$	
$(7, 98) = (1, 0)$	$(91, 98) = (-1, 1)$	
$(9, 98) = (11, -1)$	$(89, 98) = (-11, 10)$	
$(11, 98) = (9, -1)$	$(87, 98) = (-9, 8)$	
$(13, 98) = (-15, 2)$	$(85, 98) = (15, -13)$	
$(15, 98) = (-13, 2)$	$(83, 98) = (13, -11)$	
$(17, 98) = (-23, 4)$	$(81, 98) = (23, -19)$	
$(19, 98) = (31, -6)$	$(79, 98) = (-31, 25.)$	Décomp. de Goldbach.
$(21, 98) = (5, -1)$	$(77, 98) = (-5, 4)$	
$(23, 98) = (-17, 4)$	$(75, 98) = (17, -13)$	
$(25, 98) = (-47, 12)$	$(73, 98) = (47, -35)$	
$(27, 98) = (-29, 8)$	$(71, 98) = (29, -21)$	
$(29, 98) = (-27, 8)$	$(69, 98) = (27, -19)$	
$(31, 98) = (19, -6)$	$(67, 98) = (-19, 13.)$	Décomp. de Goldbach.
$(33, 98) = (3, -1)$	$(65, 98) = (-3, 2)$	
$(35, 98) = (3, -1)$	$(63, 98) = (-3, 2)$	
$(37, 98) = (-45, 17)$	$(61, 98) = (45, -28.)$	Décomp. de Goldbach.
$(39, 98) = (-5, 2)$	$(59, 98) = (5, -3)$	
$(41, 98) = (-43, 18)$	$(57, 98) = (43, -25)$	
$(43, 98) = (-41, 18)$	$(55, 98) = (41, -23)$	
$(45, 98) = (-37, 17)$	$(53, 98) = (37, -20)$	
$(47, 98) = (-25, 12)$	$(51, 98) = (25, -13)$	
$(49, 98) = (1, 0)$	$(49, 98) = (1, 0)$	

On a noté les décomposants de Goldbach 19 et 31 qui sont comme symétriques en rouge (et le troisième décomposant 37 en cyan), les autres impairs inférieurs à 49 la moitié de 98 en vert.
Les "spaghetti" des décomposants de Goldbach descendent plus bas que les autres ; est-ce un hasard ?...

Bibliographie

[1] Connes, Alain, *A new proof of Morley's theorem*, Publications Mathématiques de l'IHÉS, 1998, S88 : 43-46. (traduction : http://denisevellachemla.eu/Alain-Connes-Theoreme-Morley.pdf)

[2] Connes, Alain, *Noncommutative Geometry and the Riemann zeta function*, Mathematics : Frontiers and Perspectives 2000. IMU, AMS, V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax, B. Mazur Editors, 2000, p. 35-55.

[3] *L'identité de Bézout*, dans Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce, Jean-Luc Chabert, Évelyne Barbin, Michel Guillemot, Anne Michel-Pajus, Jacques Borowczyk, Ahmed Djebbar, Jean-Claude Martzloff, éditions Belin, Collection Regards sur la Science, 1994, p. 139.

[4] Demazure, Michel, Cours d'Algèbre, primalité, divisibilité, codes,, Nouvelle bibliothèque mathématique, éd. Cassini, 1997.

[5] Vella-Chemla, Denise, http://denisevellachemla.eu/concentriques400.pdf.

Annexe : “Spaghetti” pour les nombres pairs de 6 à 100

plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-27],[82,1], 'r')
plt.plot([5,33],[82,-2], 'g')
plt.plot([7,-35],[82,3], 'g')
plt.plot([9,-9],[82,1], 'g')
plt.plot([11,15],[82,-2], 'r')
plt.plot([13,19],[82,-3], 'g')
plt.plot([15,11],[82,-2], 'g')
plt.plot([17,29],[82,-6], 'g')
plt.plot([19,13],[82,-3], 'g')
plt.plot([21,-39],[82,10], 'g')
plt.plot([23,25],[82,-7], 'r')
plt.plot([25,23],[82,-7], 'g')
plt.plot([27,-3],[82,1], 'g')
plt.plot([29,17],[82,-6], 'r')
plt.plot([31,-37],[82,14], 'g')
plt.plot([33,5],[82,-2], 'g')
plt.plot([35,-7],[82,3], 'g')
plt.plot([37,-31],[82,14], 'g')
plt.plot([39,-21],[82,10], 'g')
plt.plot([41,1],[82,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-50,100)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-50,100], 'b')
plt.plot([3,27],[80,-1], 'g')
plt.plot([5,11],[80,0], 'g')
plt.plot([7,23],[80,-2], 'r')
plt.plot([9,9],[80,-1], 'g')
plt.plot([11,-29],[80,4], 'g')
plt.plot([13,37],[80,-6], 'r')
plt.plot([15,-5],[80,1], 'g')
plt.plot([17,33],[80,-7], 'g')
plt.plot([19,-21],[80,5], 'r')
plt.plot([21,-19],[80,5], 'g')
plt.plot([23,7],[80,-2], 'g')
plt.plot([25,-3],[80,1], 'g')
plt.plot([27,31],[80,-11, 'g')
plt.plot([29,-11],[80,4], 'g')
plt.plot([31,31],[80,-12], 'g')
plt.plot([33,17],[80,-7], 'g')
plt.plot([35,7],[80,-3], 'g')
plt.plot([37,13],[80,-6], 'r')
plt.plot([39,39],[80,-19], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,1],[78,0], 'g')
plt.plot([5,-31],[78,2], 'r')
plt.plot([7,-11],[78,1], 'r')
plt.plot([9,9],[78,-1], 'g')
plt.plot([11,-7],[78,1], 'r')
plt.plot([13,11],[78,0], 'g')
plt.plot([15,-5],[78,1], 'g')
plt.plot([17,23],[78,-5], 'r')
plt.plot([19,37],[78,-9], 'r')
plt.plot([21,-11],[78,3], 'g')
plt.plot([23,17],[78,-5], 'g')
plt.plot([25,25],[78,-8], 'g')
plt.plot([27,3],[78,-1], 'g')
plt.plot([29,35],[78,-13], 'g')
plt.plot([31,-5],[78,2], 'r')
plt.plot([33,-7],[78,3], 'g')
plt.plot([35,29],[78,-13], 'g')
plt.plot([37,19],[78,-9], 'r')
plt.plot([39,1],[78,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,-25],[76,1], 'r')
plt.plot([5,-15],[76,1], 'r')
plt.plot([7,11],[76,-1], 'g')
plt.plot([9,17],[76,-2], 'g')
plt.plot([11,7],[76,-1], 'g')
plt.plot([13,-35],[76,6], 'g')
plt.plot([15,-5],[76,1], 'g')
plt.plot([17,9],[76,-2], 'r')
plt.plot([19,1],[76,0], 'g')
plt.plot([21,29],[76,-8], 'g')
plt.plot([23,-33],[76,10], 'r')
plt.plot([25,-3],[76,1], 'g')
plt.plot([27,31],[76,-11], 'g')
plt.plot([29,21],[76,-8], 'r')
plt.plot([31,27],[76,-11], 'g')
plt.plot([33,-23],[76,10], 'g')
plt.plot([35,-13],[76,6], 'g')
plt.plot([37,37],[76,-18], 'g')
ax.set_aspect('equal')

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-20,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-20,100], 'b')
plt.plot([3,25],[74,-1], 'r')
plt.plot([5,15],[74,-1], 'g')
plt.plot([7,-21],[74,2], 'r')
plt.plot([9,33],[74,-4], 'g')
plt.plot([11,27],[74,-4], 'g')
plt.plot([13,-17],[74,3], 'r')
plt.plot([15,51],[74,-1], 'g')
plt.plot([17,-13],[74,3], 'g')
plt.plot([19,-35],[74,9], 'g')
plt.plot([21,-71],[74,21], 'g')
plt.plot([23,29],[74,-9], 'g')
plt.plot([25,31],[74,-1], 'g')
plt.plot([27,11],[74,-4], 'g')
plt.plot([29,23],[74,-9], 'g')
plt.plot([31,-31],[74,13], 'r')
plt.plot([33,91],[74,-4], 'g')
plt.plot([35,-19],[74,9], 'g')
plt.plot([37,11],[74,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,1],[72,0], 'g')
plt.plot([5,29],[72,-2], 'r')
plt.plot([7,31],[72,-3], 'g')
plt.plot([9,1],[72,0], 'g')
plt.plot([11,-13],[72,2], 'r')
plt.plot([13,-11],[72,2], 'r')
plt.plot([15,5],[72,-1], 'g')
plt.plot([17,17],[72,-4], 'g')
plt.plot([19,19],[72,-5], 'r')
plt.plot([21,7],[72,-2], 'g')
plt.plot([23,-25],[72,8], 'g')
plt.plot([25,-23],[72,8], 'g')
plt.plot([27,3],[72,-1], 'g')
plt.plot([29,5],[72,-2], 'r')
plt.plot([31,7],[72,-3], 'r')
plt.plot([33,11],[72,-5], 'g')
plt.plot([35,35],[72,-17], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;
euclide72.py All L12 (Py

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-40,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-40,100], 'b')
plt.plot([3,-23],[70,1], 'r')
plt.plot([5,1],[70,0], 'g')
plt.plot([7,1],[70,0], 'g')
plt.plot([9,-31],[70,4], 'g')
plt.plot([11,-19],[70,3], 'r')
plt.plot([13,27],[70,-5], 'g')
plt.plot([15,5],[70,-1], 'g')
plt.plot([17,33],[70,-8], 'r')
plt.plot([19,-11],[70,3], 'g')
plt.plot([21,-3],[70,1], 'g')
plt.plot([23,-3],[70,1], 'r')
plt.plot([25,3],[70,-1], 'g')
plt.plot([27,13],[70,-5], 'g')
plt.plot([29,29],[70,-12], 'r')
plt.plot([31,-9],[70,4], 'g')
plt.plot([33,17],[70,-8], 'g')
plt.plot([35,1],[70,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;
euclide70.py All L12 (Pyth
Wrote /home/vella-chemla/Desktop/spa

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,23],[68,-1], 'g')
plt.plot([5,-27],[68,2], 'g')
plt.plot([7,-29],[68,3], 'r')
plt.plot([9,-15],[68,2], 'g')
plt.plot([11,31],[68,-5], 'g')
plt.plot([13,21],[68,-4], 'g')
plt.plot([15,-9],[68,2], 'g')
plt.plot([17,1],[68,0], 'g')
plt.plot([19,-25],[68,7], 'g')
plt.plot([21,13],[68,-4], 'g')
plt.plot([23,3],[68,-1], 'g')
plt.plot([25,-19],[68,7], 'g')
plt.plot([27,-5],[68,2], 'g')
plt.plot([29,-7],[68,3], 'g')
plt.plot([31,11],[68,-5], 'r')
plt.plot([33,33],[68,-16], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,1],[66,0], 'g')
plt.plot([5,-13],[66,1], 'r')
plt.plot([7,19],[66,-2], 'r')
plt.plot([9,-7],[66,1], 'g')
plt.plot([11,11],[66,0], 'g')
plt.plot([13,-5],[66,1], 'r')
plt.plot([15,9],[66,-2], 'g')
plt.plot([17,-31],[66,8], 'g')
plt.plot([19,7],[66,-2], 'r')
plt.plot([21,-31],[66,1], 'g')
plt.plot([23,23],[66,-8], 'r')
plt.plot([25,-29],[66,11], 'g')
plt.plot([27,5],[66,-2], 'g')
plt.plot([29,-25],[66,11], 'r')
plt.plot([31,-17],[66,8], 'g')
plt.plot([33,1],[66,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,-21],[64,1], 'r')
plt.plot([5,13],[64,-1], 'r')
plt.plot([7,-9],[64,1], 'g')
plt.plot([9,-7],[64,1], 'g')
plt.plot([11,-29],[64,5], 'r')
plt.plot([13,5],[64,-1], 'g')
plt.plot([15,-17],[64,4], 'g')
plt.plot([17,-15],[64,4], 'r')
plt.plot([19,27],[64,-8], 'g')
plt.plot([21,-31],[64,1], 'g')
plt.plot([23,-25],[64,9], 'r')
plt.plot([25,-23],[64,9], 'g')
plt.plot([27,19],[64,-8], 'g')
plt.plot([29,-11],[64,5], 'g')
plt.plot([31,31],[64,-15], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,21],[62,-1], 'r')
plt.plot([5,25],[62,-2], 'g')
plt.plot([7,9],[62,-1], 'g')
plt.plot([9,7],[62,-1], 'g')
plt.plot([11,17],[62,-3], 'g')
plt.plot([13,-19],[62,4], 'g')
plt.plot([15,29],[62,-7], 'g')
plt.plot([17,11],[62,-3], 'g')
plt.plot([19,-13],[62,4], 'r')
plt.plot([21,3],[62,-1], 'g')
plt.plot([23,27],[62,-10], 'g')
plt.plot([25,5],[62,-2], 'g')
plt.plot([27,23],[62,-10], 'g')
plt.plot([29,15],[62,-7], 'g')
plt.plot([31,11],[62,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,1],[60,0], 'g')
plt.plot([5,1],[60,0], 'g')
plt.plot([7,-17],[60,2], 'r')
plt.plot([9,7],[60,-1], 'g')
plt.plot([11,11],[60,-2], 'g')
plt.plot([13,-23],[60,5], 'r')
plt.plot([15,1],[60,0], 'g')
plt.plot([17,-7],[60,2], 'r')
plt.plot([19,19],[60,-6], 'r')
plt.plot([21,3],[60,-1], 'g')
plt.plot([23,-13],[60,5], 'r')
plt.plot([25,5],[60,-2], 'g')
plt.plot([27,9],[60,-4], 'g')
plt.plot([29,29],[60,-14], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-19],[58,1], 'g')
plt.plot([5,-23],[58,21, 'r')
plt.plot([7,25],[58,-3], 'g')
plt.plot([9,13],[58,-2], 'g')
plt.plot([11,-21],[58,4], 'r')
plt.plot([13,9],[58,-2], 'g')
plt.plot([15,-27],[58,7], 'g')
plt.plot([17,-17],[58,5], 'r')
plt.plot([19,-3],[58,11], 'g')
plt.plot([21,-11],[58,4], 'g')
plt.plot([23,-5],[58,2], 'g')
plt.plot([25,7],[58,-3], 'g')
plt.plot([27,-15],[58,7], 'g')
plt.plot([29,1],[58,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,100], 'b')
plt.plot([3,19],[56,-1], 'r')
plt.plot([5,-11],[56,1], 'g')
plt.plot([7,11],[56,0], 'g')
plt.plot([9,25],[56,-4], 'g')
plt.plot([11,-5],[56,1], 'g')
plt.plot([13,13],[56,-3], 'r')
plt.plot([15,15],[56,-4], 'g')
plt.plot([17,-23],[56,7], 'g')
plt.plot([19,3],[56,-1], 'r')
plt.plot([21,3],[56,-1], 'g')
plt.plot([23,-17],[56,7], 'g')
plt.plot([25,9],[56,-4], 'g')
plt.plot([27,27],[56,-13], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,1],[54,0], 'g')
plt.plot([5,111],[54,-1], 'g')
plt.plot([7,-23],[54,3], 'r')
plt.plot([9,1],[54,0], 'g')
plt.plot([11,5],[54,-1], 'r')
plt.plot([13,25],[54,-6], 'r')
plt.plot([15,-7],[54,2], 'g')
plt.plot([17,-19],[54,6], 'r')
plt.plot([19,-17],[54,6], 'g')
plt.plot([21,-5],[54,2], 'g')
plt.plot([23,-7],[54,3], 'r')
plt.plot([25,13],[54,-6], 'g')
plt.plot([27,11],[54,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,80)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,80], 'b')
plt.plot([3,-17],[52,1], 'g')
plt.plot([5,21],[52,-2], 'r')
plt.plot([7,15],[52,-2], 'g')
plt.plot([9,-23],[52,4], 'g')
plt.plot([11,19],[52,-4], 'r')
plt.plot([13,1],[52,0], 'g')
plt.plot([15,7],[52,-2], 'g')
plt.plot([17,-3],[52,1], 'g')
plt.plot([19,11],[52,-4], 'g')
plt.plot([21,5],[52,-2], 'g')
plt.plot([23,-9],[52,4], 'r')
plt.plot([25,25],[52,-12], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,17],[50,-1], 'r')
plt.plot([5,1],[50,0], 'g')
plt.plot([7,-7],[50,1], 'r')
plt.plot([9,-11],[50,2], 'g')
plt.plot([11,-9],[50,2], 'g')
plt.plot([13,-23],[50,6], 'r')
plt.plot([15,-3],[50,1], 'g')
plt.plot([17,3],[50,-1], 'g')
plt.plot([19,-21],[50,8], 'r')
plt.plot([21,-19],[50,8], 'g')
plt.plot([23,-13],[50,6], 'g')
plt.plot([25,1],[50,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;
-:--- euclide50.py All L22 (Python)

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,80)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,80], 'b')
plt.plot([3,1],[48,0], 'g')
plt.plot([5,-19],[48,2], 'r')
plt.plot([7,7],[48,-1], 'r')
plt.plot([9,-5],[48,1], 'g')
plt.plot([11,-13],[48,3], 'r')
plt.plot([13,-11],[48,3], 'g')
plt.plot([15,-3],[48,1], 'g')
plt.plot([17,17],[48,-6], 'r')
plt.plot([19,-5],[48,2], 'r')
plt.plot([21,7],[48,-3], 'g')
plt.plot([23,23],[48,-11], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-15],[46,1], 'r')
plt.plot([5,-9],[46,1], 'r')
plt.plot([7,-13],[46,2], 'g')
plt.plot([9,-5],[46,1], 'g')
plt.plot([11,21],[46,-5], 'g')
plt.plot([13,-7],[46,2], 'g')
plt.plot([15,-3],[46,1], 'g')
plt.plot([17,19],[46,-7], 'r')
plt.plot([19,17],[46,-7], 'g')
plt.plot([21,11],[46,-5], 'g')
plt.plot([23,1],[46,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-30,60)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,60], 'b')
plt.plot([3,15],[44,-1], 'r')
plt.plot([5,9],[44,-1], 'g')
plt.plot([7,19],[44,-3], 'r')
plt.plot([9,5],[44,-1], 'g')
plt.plot([11,1],[44,0], 'g')
plt.plot([13,17],[44,-5], 'r')
plt.plot([15,3],[44,-1], 'g')
plt.plot([17,13],[44,-5], 'g')
plt.plot([19,7],[44,-3], 'g')
plt.plot([21,21],[44,-10], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,1],[42,0], 'g')
plt.plot([5,17],[42,-2], 'r')
plt.plot([7,1],[42,0], 'g')
plt.plot([9,5],[42,-1], 'g')
plt.plot([11,-19],[42,5], 'r')
plt.plot([13,13],[42,-4], 'r')
plt.plot([15,3],[42,-1], 'g')
plt.plot([17,5],[42,-2], 'g')
plt.plot([19,-11],[42,5], 'r')
plt.plot([21,1],[42,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-13],[40,1], 'r')
plt.plot([5,1],[40,0], 'g')
plt.plot([7,-17],[40,3], 'g')
plt.plot([9,9],[40,-2], 'g')
plt.plot([11,11],[40,-3], 'r')
plt.plot([13,-3],[40,1], 'g')
plt.plot([15,3],[40,-1], 'g')
plt.plot([17,-7],[40,3], 'r')
plt.plot([19,19],[40,-9], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

File Edit Options Buffers Tools Python Help
import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,13],[38,-1], 'g')
plt.plot([5,-15],[38,2], 'g')
plt.plot([7,11],[38,-2], 'r')
plt.plot([9,17],[38,-4], 'g')
plt.plot([11,7],[38,-2], 'g')
plt.plot([13,3],[38,-1], 'g')
plt.plot([15,-5],[38,2], 'g')
plt.plot([17,9],[38,-4], 'g')
plt.plot([19,1],[38,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,1],[36,0], 'g')
plt.plot([5,-7],[36,1], 'r')
plt.plot([7,-5],[36,1], 'r')
plt.plot([9,1],[36,0], 'g')
plt.plot([11,-13],[36,4], 'g')
plt.plot([13,-11],[36,4], 'r')
plt.plot([15,5],[36,-2], 'g')
plt.plot([17,17],[36,-8], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-11],[34,1], 'r')
plt.plot([5,7],[34,-1], 'r')
plt.plot([7,5],[34,-1], 'g')
plt.plot([9,-15],[34,4], 'g')
plt.plot([11,-3],[34,1], 'r')
plt.plot([13,-13],[34,5], 'g')
plt.plot([15,-9],[34,4], 'g')
plt.plot([17,1],[34,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,11],[32,-1], 'r')
plt.plot([5,13],[32,-2], 'g')
plt.plot([7,-9],[32,2], 'g')
plt.plot([9,-7],[32,2], 'g')
plt.plot([11,3],[32,-1], 'g')
plt.plot([13,5],[32,-2], 'r')
plt.plot([15,15],[32,-7], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,1],[30,0], 'g')
plt.plot([5,1],[30,0], 'g')
plt.plot([7,13],[30,-3], 'r')
plt.plot([9,-3],[30,1], 'g')
plt.plot([11,11],[30,-4], 'r')
plt.plot([13,7],[30,-3], 'r')
plt.plot([15,1],[30,0], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

File Edit Options Buffers Tools Python Help
import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,-9],[28,1], 'g')
plt.plot([5,-11],[28,2], 'r')
plt.plot([7,1],[28,0], 'g')
plt.plot([9,-3],[28,1], 'g')
plt.plot([11,-5],[28,2], 'r')
plt.plot([13,13],[28,-6], 'g')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-75,60)
plt.ylim(-10,110)
plt.plot([-75,60],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-10,100], 'b')
plt.plot([3,9],[26,-1], 'r')
plt.plot([5,-5],[26,1], 'g')
plt.plot([7,-11],[26,3], 'r')
plt.plot([9,3],[26,-1], 'g')
plt.plot([11,-7],[26,3], 'g')
plt.plot([13,1],[26,0], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

File Edit Options Buffers Tools Python Help
import math
from math import *
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import *
fig = matplotlib.pyplot.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
plt.xlim(-30,30)
plt.ylim(-30,30)
plt.plot([-30,30],[0,0], 'b')
plt.plot([0,0],[-30,30], 'b')
plt.plot([3,1],[24,0], 'g')
plt.plot([5,5],[24,-1], 'r')
plt.plot([7,7],[24,-2], 'r')
plt.plot([9,3],[24,-1], 'g')
plt.plot([11,11],[24,-5], 'r')
ax.set_aspect('equal')
plt.show() ;

On observe pour les doubles de premiers (6, 10, 14, 22, 26, 34, 38, 46, 58, 62, 74, 82, 86, 94, leur graphique est entouré en vert) la décomposition de Goldbach triviale qui relie le point tout en haut tout à droite au point (1,0). À part le côté marrant de 72 avec toutes ses parallèles, on n'observe rien de probant, c'est un nouveau coup d'épée dans l'eau.