

Seconde traduction (Denise Vella-Chemla, février 2023, assistée de Google translate) :  
*H. Minkowski, "Über Geometrie der Zahlen", dans Verhandlungen der 64. Naturforscher und  
Arzteversammlung zu Halle, 1891, p. 13 ; reproduit dans le livre édité par David Hilbert, Gesam-  
melte Abhandlungen von Hermann Minkowski, vol. 1, 1911, p. 264-265 (de).*

## Sur la géométrie des nombres.

Exposé d'une conférence à Halle.

(Comptes-rendus de la 64<sup>ième</sup> conférence naturaliste et médicale à Halle, 1891, Sec. 13  
et

Rapport annuel de l'Association mathématique allemande, volume 1, p. 64-65).

Si l'on introduit des coordonnées rectangulaires dans l'espace, les systèmes de trois nombres *entiers* correspondent à des points discrets, qui sont dispersés dans l'espace de telle sorte qu'ils sont à une certaine distance de n'importe quel point de l'espace. L'auteur appelle *grille de nombres* tridimensionnelle l'ensemble des points ayant de telles coordonnées entières ; sous le titre "*Géométrie des nombres*", il présente des études géométriques sur la grille tridimensionnelle des nombres et sur l'ensemble des structures correspondantes dans le plan. Les résultats de ces études peuvent également être étendus à des variétés d'ordre arbitraire.

Bien sûr, chaque déclaration sur le treillis numérique a un noyau purement arithmétique. Cependant, le mot "géométrie" semble tout à fait approprié aux questions auxquelles une vision géométrique aide à répondre et pour lesquelles des méthodes d'investigation dirigées par les concepts géométriques sont disponibles.

Le conférencier s'est posé deux questions principales concernant les grilles de nombres ; elles se complètent dans une certaine mesure , et elles ont ceci en commun : chaque fois que nous parlons spécifiquement d'espace, nous avons affaire à une catégorie très générale de solides, qui sont construits de telle manière qu'ils contiennent certains points de l'espace, par exemple le point 0 d'une certaine manière, et à chaque fois, ces solides doivent avoir une certaine propriété par rapport à la grille des nombres du fait de leur constitution.

La première catégorie de solides comprend tous les solides qui ont un point central (ou point nul) et dont la limite extérieure n'est nulle part concave ; et la propriété en question pour cette catégorie est :

*Si un solide est de volume  $\geq 2^n$ , alors ce solide comprend nécessairement  
d'autres points de la grille des points que le point nul.*

La seconde catégorie de solides<sup>1</sup> est encore plus vaste ; elle contient tous les solides contenant le point zéro, et dont la surface, vue du point zéro, ne présente qu'un seul point dans chaque direction ; et la propriété en question pour cette seconde catégorie de solides est :

---

<sup>1</sup>Ce sont les solides étoilés.

*Si le volume d'un solide de cette catégorie est*

$$\leq 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots$$

*si l'on ne peut pas définir le contenu du solide, le point zéro reste fixe, les lignes droites restent des lignes droites, et tous les points de la grille numérique sauf le point zéro, se trouvent en dehors du solide.*

Le conférencier a souligné l'extraordinaire portée de ces études qui, dans leur généralité, semblent aussi simples que plausibles.