

Annexe 1 : Rappel historique

Citons Charles-Ange Laisant dans la note intitulée *Sur un procédé expérimental de vérification de la conjecture de Goldbach* du Bulletin de la SMF n°25 de 1897.

Ce fameux théorème empirique : Tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers, dont la démonstration semble dépasser les possibilités scientifiques actuelles, a fait l'objet de nombreux travaux et de certaines contestations. Lionnet a tenté d'établir que la proposition devait probablement être inexacte. M. Georg Cantor l'a vérifiée numériquement jusqu'à 1000, en donnant pour chaque nombre pair toutes les décompositions en deux nombres premiers, et il a remarqué que le nombre de ces décompositions ne cesse de croître en moyenne, tout en présentant de grandes irrégularités.

Voici un procédé qui permettrait de faire sans calcul la vérification expérimentale dont il s'agit, et d'avoir pour chaque nombre pair, à la seule inspection d'une figure, toutes les décompositions. Supposons que sur une bande formée de carrés accolés, représentant les nombres impairs successifs, on ait construit le crible d'Erathostène, en ombrant les nombres composés, jusqu'à une limite quelconque $2n - 1$.

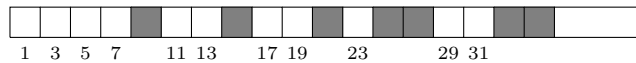


FIGURE 1

Si l'on a construit deux réglottes pareilles, et si l'on place la seconde au-dessous de la première en la retournant et en faisant correspondre la case 1 à $2n^$, il est évident que si le théorème de Goldbach est vrai pour $2n$, il y aura quelque part deux cases blanches en correspondance ; et tous les couples de cases blanches donneront les diverses décompositions. On les aura même en lisant la moitié de la figure, à cause de la symétrie par rapport au milieu. Ainsi la vérification relative au nombre 28 donnera la figure 2 et montrera qu'on a les décompositions $28 = 5 + 23 = 11 + 17$.*

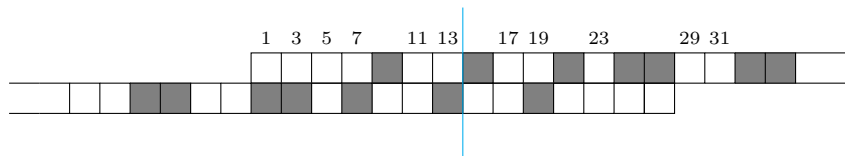


FIGURE 2

On comprend que les réglottes étant construites à l'avance, et un simple glissement permettant de passer d'un nombre à un autre, les vérifications sont très rapides.

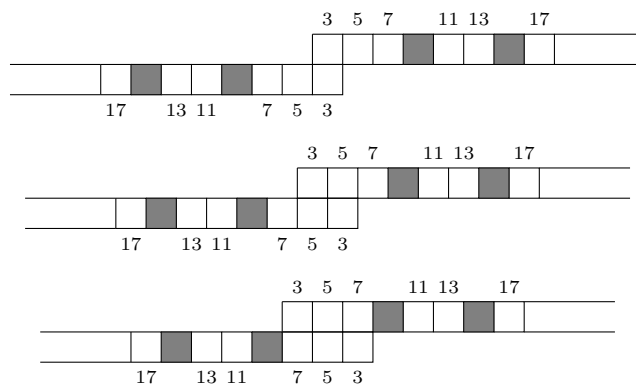


FIGURE 3

*Ici devrait être écrit $2n - 1$.

Annexe 2 : Programme et son exécution des idées présentées

```
1 #include <iostream>
2 #include <stdio.h>
3 #include <cmath>
4
5 int prime(int atester)
6 {
7     bool pastrouve=true;
8     unsigned long k = 2;
9     if (atester == 1) return 0;
10    if (atester == 2) return 1;
11    if (atester == 3) return 1;
12    if (atester == 5) return 1;
13    if (atester == 7) return 1;
14    while (pastrouve)
15    {
16        if ((k * k) > atester) return 1;
17        else
18            if ((atester % k) == 0) {
19                return 0 ;
20            }
21        else k++;
22    }
23 }
24
25 int main (int argc, char* argv[])
26 {
27     int n, x, xa, xb, xc, xd, za, zc, ya, yc, debuthaut ;
28
29     for (n=14 ; n <= 100 ; n=n+2)
30     {
31         xa=0 ; xb=0 ; xc=0 ; xd=0 ; ya=0 ; yc=0; za=0 ; zc=0 ;
32         for (x = 3 ; x <= n/2 ; x=x+2)
33         {
34             if (prime(x)) { if (prime(n-x)) xa++ ; else xc++ ;}
35             else { if (prime(n-x)) xb++ ; else xd++ ; }
36         }
37         for (x = 6 ; x <= (n+4)/2 ; x=x+2)
38         {
39             if (prime(x-3)) za++ ;
40             else zc++ ;
41         }
42         if ((n/2) % 2 == 0) debuthaut = ((n+4)/2)+2 ; else debuthaut = ((n+4)/2)+1 ;
43         for (x = debuthaut ; x <= n ; x=x+2)
44         {
45             if (prime(x-3)) ya++ ;
46             else yc++ ;
47         }
48         std::cout << "\n" << n << " : \n" ;
49         printf("ya = %2d yc = %2d",ya,yc) ;
50         printf(" (n-2)/4 = %d\n", (n-2)/4) ;
51         printf("za = %2d zc = %2d",za,zc) ;
52         printf(" (n-4)/4 = %d\n", (n-4)/4) ;
53         printf("xa = %2d xb = %2d xc = %2d xd = %2d\n",xa,xb,xc,xd) ;
54     }
55 }
```

```

1 14 :
2 ya = 2 yc = 1 (n-2)/4 = 3
3 za = 2 zc = 0 (n-4)/4 = 2
4 xa = 2 xb = 0 xc = 1 xd = 0
5
6 16 :
7 ya = 2 yc = 1 (n-2)/4 = 3
8 za = 3 zc = 0 (n-4)/4 = 3
9 xa = 2 xb = 0 xc = 1 xd = 0
10
11 18 :
12 ya = 2 yc = 2 (n-2)/4 = 4
13 za = 3 zc = 0 (n-4)/4 = 3
14 xa = 2 xb = 0 xc = 1 xd = 1
15
16 20 :
17 ya = 3 yc = 1 (n-2)/4 = 4
18 za = 3 zc = 1 (n-4)/4 = 4
19 xa = 2 xb = 1 xc = 1 xd = 0
20
21 22 :
22 ya = 4 yc = 1 (n-2)/4 = 5
23 za = 3 zc = 1 (n-4)/4 = 4
24 xa = 3 xb = 1 xc = 1 xd = 0
25
26 24 :
27 ya = 3 yc = 2 (n-2)/4 = 5
28 za = 4 zc = 1 (n-4)/4 = 5
29 xa = 3 xb = 0 xc = 1 xd = 1
30
31 26 :
32 ya = 4 yc = 2 (n-2)/4 = 6
33 za = 4 zc = 1 (n-4)/4 = 5
34 xa = 3 xb = 1 xc = 2 xd = 0
35
36 28 :
37 ya = 3 yc = 3 (n-2)/4 = 6
38 za = 5 zc = 1 (n-4)/4 = 6
39 xa = 2 xb = 1 xc = 3 xd = 0
40
41 30 :
42 ya = 3 yc = 4 (n-2)/4 = 7
43 za = 5 zc = 1 (n-4)/4 = 6
44 xa = 3 xb = 0 xc = 2 xd = 2
45
46 32 :
47 ya = 4 yc = 3 (n-2)/4 = 7
48 za = 5 zc = 2 (n-4)/4 = 7
49 xa = 2 xb = 2 xc = 3 xd = 0
50
51 34 :
52 ya = 5 yc = 3 (n-2)/4 = 8
53 za = 5 zc = 2 (n-4)/4 = 7
54 xa = 4 xb = 1 xc = 2 xd = 1
55
56 36 :
57 ya = 4 yc = 4 (n-2)/4 = 8
58 za = 6 zc = 2 (n-4)/4 = 8
59 xa = 4 xb = 0 xc = 2 xd = 2
60
61 38 :
62 ya = 4 yc = 5 (n-2)/4 = 9
63 za = 6 zc = 2 (n-4)/4 = 8
64 xa = 2 xb = 2 xc = 5 xd = 0

```

```

1 40 :
2 ya = 4 yc = 5 (n-2)/4 = 9
3 za = 7 zc = 2 (n-4)/4 = 9
4 xa = 3 xb = 1 xc = 4 xd = 1
5
6 42 :
7 ya = 4 yc = 6 (n-2)/4 = 10
8 za = 7 zc = 2 (n-4)/4 = 9
9 xa = 4 xb = 0 xc = 3 xd = 3
10
11 44 :
12 ya = 5 yc = 5 (n-2)/4 = 10
13 za = 7 zc = 3 (n-4)/4 = 10
14 xa = 3 xb = 2 xc = 4 xd = 1
15
16 46 :
17 ya = 6 yc = 5 (n-2)/4 = 11
18 za = 7 zc = 3 (n-4)/4 = 10
19 xa = 4 xb = 2 xc = 4 xd = 1
20
21 48 :
22 ya = 5 yc = 6 (n-2)/4 = 11
23 za = 8 zc = 3 (n-4)/4 = 11
24 xa = 5 xb = 0 xc = 3 xd = 3
25
26 50 :
27 ya = 6 yc = 6 (n-2)/4 = 12
28 za = 8 zc = 3 (n-4)/4 = 11
29 xa = 4 xb = 2 xc = 4 xd = 2
30
31 52 :
32 ya = 6 yc = 6 (n-2)/4 = 12
33 za = 8 zc = 4 (n-4)/4 = 12
34 xa = 3 xb = 3 xc = 5 xd = 1
35
36 54 :
37 ya = 6 yc = 7 (n-2)/4 = 13
38 za = 8 zc = 4 (n-4)/4 = 12
39 xa = 5 xb = 1 xc = 3 xd = 4
40
41 56 :
42 ya = 7 yc = 6 (n-2)/4 = 13
43 za = 8 zc = 5 (n-4)/4 = 13
44 xa = 3 xb = 4 xc = 5 xd = 1
45
46 58 :
47 ya = 7 yc = 7 (n-2)/4 = 14
48 za = 8 zc = 5 (n-4)/4 = 13
49 xa = 4 xb = 3 xc = 5 xd = 2
50
51 60 :
52 ya = 6 yc = 8 (n-2)/4 = 14
53 za = 9 zc = 5 (n-4)/4 = 14
54 xa = 6 xb = 0 xc = 3 xd = 5
55
56 62 :
57 ya = 7 yc = 8 (n-2)/4 = 15
58 za = 9 zc = 5 (n-4)/4 = 14
59 xa = 3 xb = 4 xc = 7 xd = 1
60
61 64 :
62 ya = 7 yc = 8 (n-2)/4 = 15
63 za = 10 zc = 5 (n-4)/4 = 15
64 xa = 5 xb = 2 xc = 5 xd = 3

```

```

1 66 :
2 ya = 7 yc = 9 (n-2)/4 = 16
3 za = 10 zc = 5 (n-4)/4 = 15
4 xa = 6 xb = 1 xc = 4 xd = 5
5
6 68 :
7 ya = 7 yc = 9 (n-2)/4 = 16
8 za = 10 zc = 6 (n-4)/4 = 16
9 xa = 2 xb = 5 xc = 8 xd = 1
10
11 70 :
12 ya = 8 yc = 9 (n-2)/4 = 17
13 za = 10 zc = 6 (n-4)/4 = 16
14 xa = 5 xb = 3 xc = 5 xd = 4
15
16 72 :
17 ya = 8 yc = 9 (n-2)/4 = 17
18 za = 10 zc = 7 (n-4)/4 = 17
19 xa = 6 xb = 2 xc = 4 xd = 5
20
21 74 :
22 ya = 9 yc = 9 (n-2)/4 = 18
23 za = 10 zc = 7 (n-4)/4 = 17
24 xa = 5 xb = 4 xc = 6 xd = 3
25
26 76 :
27 ya = 9 yc = 9 (n-2)/4 = 18
28 za = 11 zc = 7 (n-4)/4 = 18
29 xa = 5 xb = 4 xc = 6 xd = 3
30
31 78 :
32 ya = 9 yc = 10 (n-2)/4 = 19
33 za = 11 zc = 7 (n-4)/4 = 18
34 xa = 7 xb = 2 xc = 4 xd = 6
35
36 80 :
37 ya = 9 yc = 10 (n-2)/4 = 19
38 za = 11 zc = 8 (n-4)/4 = 19
39 xa = 4 xb = 5 xc = 7 xd = 3
40
41 82 :
42 ya = 10 yc = 10 (n-2)/4 = 20
43 za = 11 zc = 8 (n-4)/4 = 19
44 xa = 5 xb = 5 xc = 7 xd = 3
45
46 84 :
47 ya = 9 yc = 11 (n-2)/4 = 20
48 za = 12 zc = 8 (n-4)/4 = 20
49 xa = 8 xb = 1 xc = 4 xd = 7
50
51 86 :
52 ya = 10 yc = 11 (n-2)/4 = 21
53 za = 12 zc = 8 (n-4)/4 = 20
54 xa = 5 xb = 5 xc = 8 xd = 3
55
56 88 :
57 ya = 9 yc = 12 (n-2)/4 = 21
58 za = 13 zc = 8 (n-4)/4 = 21
59 xa = 4 xb = 5 xc = 9 xd = 3
60
61 90 :
62 ya = 9 yc = 13 (n-2)/4 = 22
63 za = 13 zc = 8 (n-4)/4 = 21
64 xa = 9 xb = 0 xc = 4 xd = 9

```

```

1  92 :
2  ya = 10 yc = 12 (n-2)/4 = 22
3  za = 13 zc = 9 (n-4)/4 = 22
4  xa = 4 xb = 6 xc = 9 xd = 3
5
6  94 :
7  ya = 10 yc = 13 (n-2)/4 = 23
8  za = 13 zc = 9 (n-4)/4 = 22
9  xa = 5 xb = 5 xc = 9 xd = 4
10
11 96 :
12 ya = 9 yc = 14 (n-2)/4 = 23
13 za = 14 zc = 9 (n-4)/4 = 23
14 xa = 7 xb = 2 xc = 7 xd = 7
15
16 98 :
17 ya = 9 yc = 15 (n-2)/4 = 24
18 za = 14 zc = 9 (n-4)/4 = 23
19 xa = 3 xb = 6 xc = 11 xd = 4
20
21 100 :
22 ya = 10 yc = 14 (n-2)/4 = 24
23 za = 14 zc = 10 (n-4)/4 = 24
24 xa = 6 xb = 4 xc = 8 xd = 6

```