Chercher un lien entre la Conjecture de Goldbach et la Loi de Réciprocité Quadratique

Denise Vella

Avril 2010

1 Représentation des décompositions de Goldbach dans des grilles

Dans la suite de cette note, on cherche les décomposants de Goldbach d'un nombre pair $2x$.

On a choisi de représenter les caractères de divisibilité des nombres impairs compris entre 3 et $2x-3$ dans des grilles, telles que celles fournies en annexe 1.

2 Transposition de la recherche des décomposants

L'analyse des grilles fournies en annexe 1 permet d'aboutir à la formulation suivante, équivalente à la conjecture de Goldbach.
$\forall\, 2x \ \geq \ 24,$
$\exists\, y \ entier \ non \ nul \ \leq \ \lfloor \frac{x-1}{2} \rfloor,$
$\forall\, p,\ 1 \leq \ \frac{p-1}{2} \ \leq \ \lfloor \sqrt{x} \rfloor,$
$y \ \not\equiv \ \frac{p-1}{2} \ (mod\, p) \ et \ y \ \not\equiv \ x + \frac{p-1}{2} \ (mod\, p).$
(y est alors tel que $p = 2y+1$ et $q = 2x-p$ sont premiers et $2x = p+q$ est une décomposition de Goldbach de $2x$).

La première relation d'incongruence du premier degré ($y \ \not\equiv \ \frac{p-1}{2} \ (mod\, p)$) correspond aux cases grises des grilles tandis que la deuxième ($y \ \not\equiv \ x+\frac{p-1}{2} \ (mod\, p)$) correspond aux cases bleues des grilles.

En annexe 4, sont fournies les solutions des systèmes d'incongruences du premier degré pour $2x$ compris entre 24 et 100.

Le fait de voir intervenir le nombre $\frac{p-1}{2}$ dans les relations d'incongruence trivialement mises en évidence amène à s'intéresser aux congruences du second degré et à la loi de réciprocité quadratique car $\frac{p-1}{2}$ est justement le nombre de résidus quadratiques (il y en a autant que de non-résidus), un nombre premier p étant pris pour module (cf [1], section Quatrième, paragraphe 96).

3 Résidus quadratiques

En annexe 2 est fournie la table de la relation *"est un résidu quadratique de"* appliquée aux nombres premiers impairs inférieurs à 100.

4 Relations quadratiques entre diviseurs de x et décomposants de Goldbach de $2x$

En annexe 3 sont fournies les relations quadratiques qui lient les diviseurs impairs de x et les décomposants de Goldbach de $2x$. Les diviseurs semblent se séparer en deux sortes : ceux qui entretiennent la même relation quadratique à un décomposant de Goldbach de $2x$ et à son complémentaire à $2x$ et ceux qui entretiennent systématiquement une relation inverse à un décomposant de Goldbach de $2x$ et à son complémentaire à $2x$.

Malheureusement, on réalise vite que ces relations ne permettent pas de distinguer les décompositions de $2x$ en deux sommants premiers de celles qui font intervenir un sommant composé au moins.

5 Conclusion

Dans la section Quatrième (page 95) des Recherches arithmétiques, pour introduire la démonstration de la loi de réciprocité quadratique, Gauss écrit *"Maintenant que nous avons démontré que tout nombre premier de la forme 4n+1 positif ou négatif, est toujours non-résidu d'un nombre premier au moins plus petit que lui, nous allons passer à l'examen exact et général de la condition nécessaire pour qu'un nombre premier soit résidu ou non-résidu d'un autre"*. Ce théorème de Gauss permettrait peut-être de prouver l'existence d'un décomposant de Goldbach au moins, encore faudrait-il réussir à effectuer le passage des solutions des incongruences du premier degré que l'on a identifiées aux solutions de congruences du second degré à trouver.

Annexe 1 : Grilles associées aux nombres pairs de 24 à 100

On a choisi de représenter les caractères de divisibilité des nombres intervenant dans les décompositions de $2x$, un nombre pair donné, en deux nombres impairs compris au sens large entre 3 et x selon le code couleur suivant (remarque : on ne colorie que les cases (i, j) telles que $j \leq i$) :

- la case (i, j) est colorée en gris si $2j + 1$ divise p (le $i^{ème}$ nombre impair à partir de 3) sans diviser $q = 2x - p$;
- la case (i, j) est colorée en bleu si $2j + 1$ divise q sans diviser p ;
- la case (i, j) est colorée en gris et contient un B (on la dit *mixte*) si $2j + 1$ divise à la fois p et q ;
- la case (i, j) est colorée en blanc sinon.

Quelques remarques :

- notre choix de modélisation ne permet pas le repérage des décompositions de Goldbach de $2x$ qui font intervenir un "petit premier" (i.e. les décompositions de $2x$ en $p+q$ avec p nombre premier impair inférieur à $\lfloor \sqrt{x} \rfloor$) ;
- les lignes associées aux nombres composés n'ajoutent pas d'information supplémentaire (si un nombre composé x divise y, tout diviseur premier de x divise y également) mais dans la mesure où elles nous ont permis le repérage de certaines régularités, on les a conservées dans les grilles ci-dessous ;

24

21	19	17	15	13
3	5	7	9	11
B			B	

26

23	21	19	17	15	13
3	5	7	9	11	13

28

25	23	21	19	17	15
3	5	7	9	11	13
		B			

30

27	25	23	21	19	17	15
3	5	7	9	11	13	15
	B					B
B			B			B

32

29	27	25	23	21	19	17
3	5	7	9	11	13	15

34

31	29	27	25	23	21	19	17
3	5	7	9	11	13	15	17

36

33	31	29	27	25	23	21	19
3	5	7	9	11	13	15	17
			B				
B			B			B	

38

35	33	31	29	27	25	23	21	19
3	5	7	9	11	13	15	17	19

40

37	35	33	31	29	27	25	23	21
3	5	7	9	11	13	15	17	19
	B					B		

42

39	37	35	33	31	29	27	25	23	21
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
		B							B
B			B			B			B

44

41	39	37	35	33	31	29	27	25	23
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

46

43	41	39	37	35	33	31	29	27	25	23
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

48

45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
B			B			B			B	

50

47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
	B					B					B

52

49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25

54

51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
			B									B
B			B			B			B			B

56

53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
		B							B			

58

55	53	51	49	47	45	4	41	39	37	35	33	31	29
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29

60

57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
	B					B					B		
B			B			B			B			B	

62

59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31

64

61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31

66

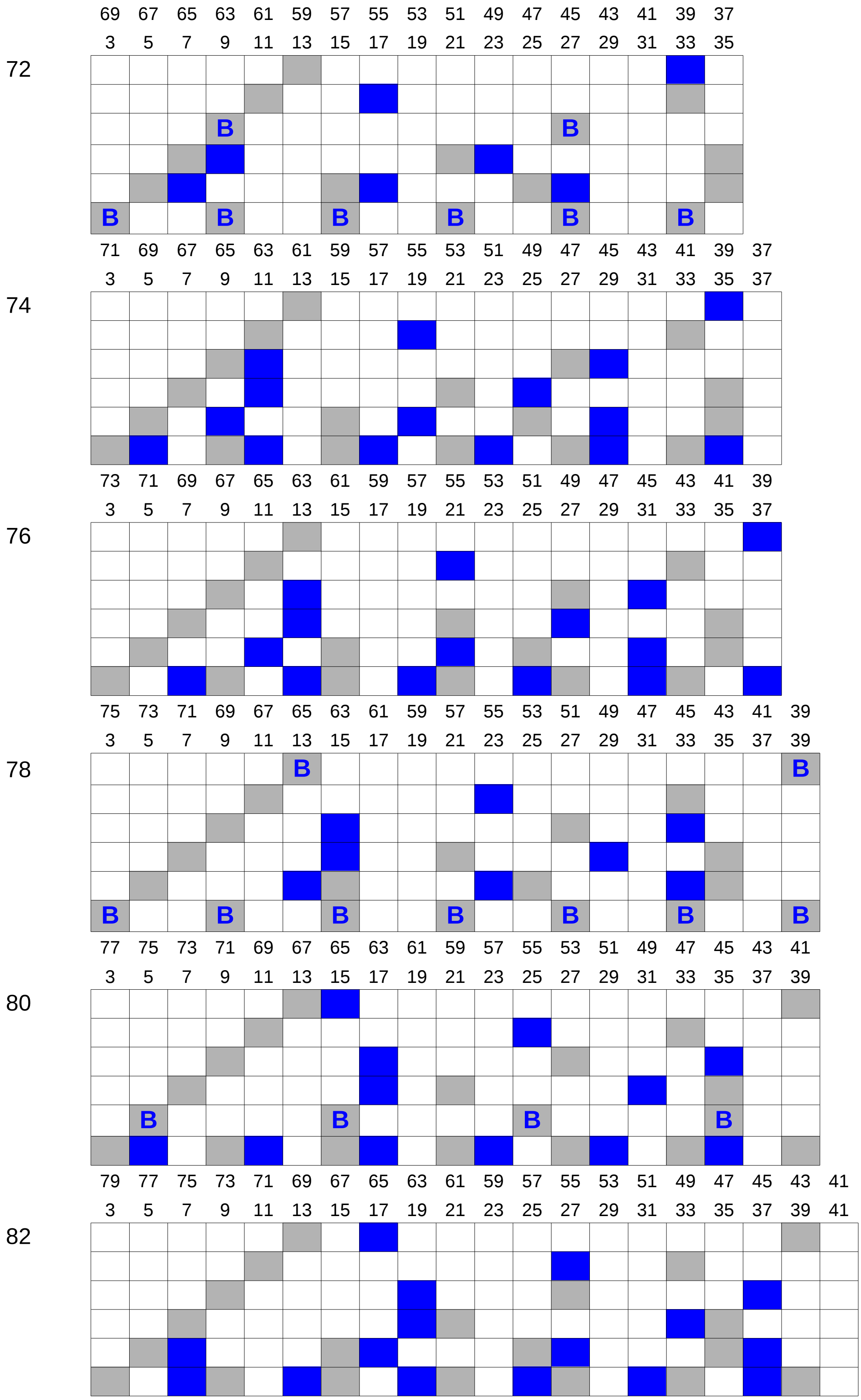
63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
				B											B
B			B			B			B			B			B

68

65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33

70

67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35
3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
		B							B							B
	B					B					B					B


69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35
72
B B
B B B B B B
71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37
74
73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37
76
75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39
78
B B
B B B B B B B
77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39
80
B B B B
79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41
82

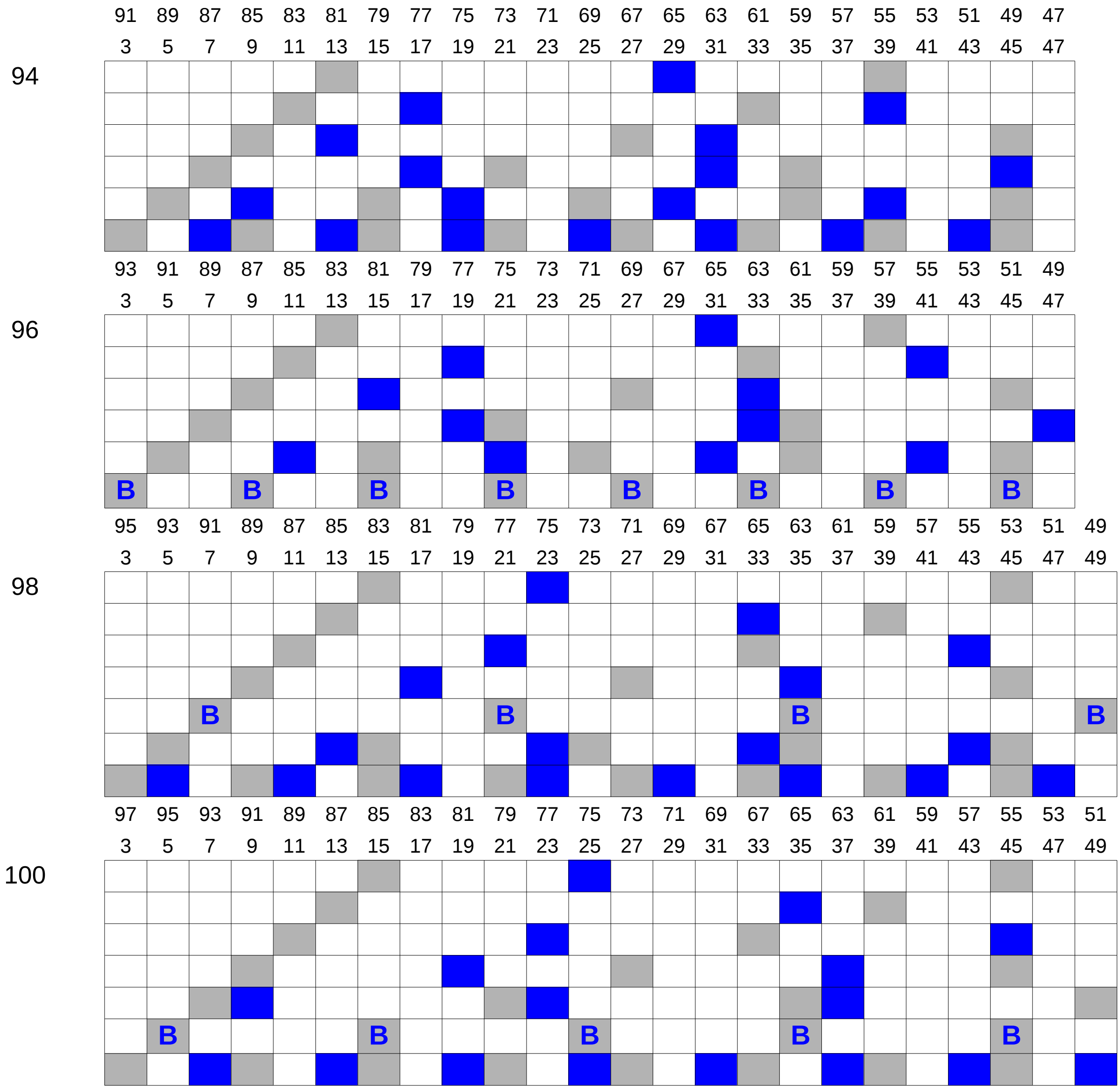
	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43
	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
84																				
			B							B							B			
	B			B			B			B			B			B			B	

	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43
	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43
86																					

	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45
	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43
88																					
					B											B					

	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45
	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
90																						
				B									B									B
		B					B					B					B					B
	B			B			B			B			B			B			B			B

	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47
	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
92																						


91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47
94
93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47
96
B B B B B B B B
95 93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49
98
B B B B
97 95 93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49
100
B B B B B

Annexe 2 : Table de la relation *“est un résidu quadratique de”*

Une croix dans la case à l’intersection de la colonne de 19 et de la ligne de 31 signifie que 19 est un résidu quadratique de 31. En effet, $19 \equiv 9^2 \ (mod\ 31)$.
Cette relation est non-commutative.

	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97
3	×		×		×		×			×	×		×				×	×		×	×			×
5		×		×			×		×	×		×				×	×		×		×		×	
7			×	×				×	×		×		×		×			×	×		×			
11	×	×		×				×		×	×			×	×	×		×	×				×	×
13	×				×	×		×	×				×		×		×				×			
17					×	×	×						×	×	×	×		×				×	×	
19		×	×	×		×	×	×					×	×			×			×		×		
23	×				×			×	×	×		×		×		×			×	×				
29		×	×		×			×	×						×	×		×	×			×		
31		×	×				×			×		×		×		×		×	×					×
37	×		×	×							×	×		×	×			×	×	×		×		
41		×						×		×	×	×	×			×	×			×		×		
43				×	×	×		×		×		×	×	×	×	×		×			×	×		×
47	×		×			×					×			×	×	×	×		×		×	×	×	×
53			×	×	×	×			×		×		×	×	×	×							×	×
59	×	×	×			×	×		×			×			×	×			×		×			
61	×	×			×		×					×		×			×			×		×		×
67						×	×	×	×		×			×		×		×	×	×		×	×	
71	×	×					×		×		×		×						×	×	×	×	×	
73	×						×	×			×	×					×	×	×	×	×		×	×
79		×		×	×		×	×		×								×		×	×	×	×	×
83	×		×	×		×		×	×	×	×	×				×	×					×		
89		×		×		×								×	×			×	×	×	×		×	×
97	×			×						×			×	×	×		×			×	×		×	×

Annexe 3 : Etude des relations résiduelles quadratiques entre les diviseurs de x et les décomposants de Goldbach de $2x$ pour les nombres de 24 à 100

On écrira $x\ r\ y$ au lieu de $\left(\frac{x}{y}\right) = 1$ et $x \neg r\ y$ au lieu de $\left(\frac{x}{y}\right) = -1$.

24	$:$ *a pour diviseur* 3	$:$ *est de forme* $4n$	
24	$= 5 + 19$	$3 \neg r\ 5, 3 \neg r\ 19$	
	$= 7 + 17$	$3 \neg r\ 7, 3 \neg r\ 17$	
26	$:$ *a pour diviseur* 13	$:$ *est de forme* $4n + 2$	
26	$= 3 + 23$	$13\ r\ 3, 13\ r\ 23$	
	$= 7 + 19$	$13 \neg r\ 7, 13 \neg r\ 19$	
	$= 13 + 13$	$13\ r\ 13$	
28	$:$ *a pour diviseur* 7	$:$ *est de forme* $4n$	
28	$= 5 + 23$	$7 \neg r\ 5, 7 \neg r\ 23$	
	$= 11 + 17$	$7 \neg r\ 11, 7 \neg r\ 17$	
30	$:$ *diviseurs* 3 *et* 5	$:$ *est de forme* $4n + 2$	
30	$= 7 + 23$	$3 \neg r\ 7, 3\ r\ 23$	$5 \neg r\ 7, 5 \neg r\ 23$
	$= 11 + 19$	$3\ r\ 11, 3 \neg r\ 19$	$5\ r11, 5\ r19$
	$= 13 + 17$	$3\ r\ 13, 3 \neg r17$	$5 \neg r13, 5 \neg r17$
32	$:$ *a pour diviseur* 2	$:$ *est de forme* $4n$	
32	$= 3 + 29$	$2\ r\ 3, 2\ r\ 23$	
	$= 13 + 19$	$2 \neg r\ 7, 2 \neg r\ 19$	
34	$:$ *a pour diviseur* 17	$:$ *est de forme* $4n + 2$	
34	$= 3 + 31$	$17 \neg r\ 3, 17 \neg r\ 31$	
	$= 5 + 29$	$17 \neg r\ 5, 17 \neg r\ 29$	
	$= 11 + 23$	$17 \neg r\ 11, 17 \neg r\ 23$	
	$= 17 + 17$	$17\ r\ 17$	
36	$:$ *a pour diviseur* 3	$:$ *est de forme* $4n$	
36	$= 5 + 31$	$3 \neg r\ 5, 3 \neg r\ 31$	
	$= 7 + 29$	$3 \neg r\ 7, 3 \neg r\ 29$	
	$= 13 + 23$	$3\ r\ 13, 3\ r\ 23$	
	$= 17 + 19$	$3 \neg r\ 17, 3 \neg r\ 19,$	
38	$:$ *a pour diviseur* 19	$:$ *est de forme* $4n + 2$	
38	$= 7 + 31$	$19 \neg r\ 7, 19\ r\ 31$	
	$= 19 + 19$	$19\ r\ 19$	
40	$:$ *a pour diviseur* 5	$:$ *est de forme* $4n$	
40	$= 3 + 37$	$5 \neg r\ 3, 5 \neg r\ 37$	
	$= 11 + 29$	$5\ r\ 11, 5\ r\ 29$	
	$= 17 + 23$	$5 \neg r\ 17, 5 \neg r23$	
42	$:$ *diviseurs* 3 *et* 7	$:$ *est de forme* $4n + 2$	
42	$= 5 + 37$	$3 \neg r\ 5, 3\ r\ 37$	$7 \neg r\ 5, 5\ r\ 37$
	$= 11 + 31$	$3\ r\ 11, 3 \neg r\ 31$	$7 \neg r\ 11, 5\ r\ 31$
	$= 13 + 29$	$3\ r\ 13, 3 \neg r\ 29$	$7 \neg r\ 13, 5\ r\ 29$
	$= 19 + 23$	$3 \neg r\ 19, 3\ r\ 23$	$7\ r\ 19, 5 \neg r\ 23$

44	: $a\ pour\ diviseur\ 11$	: $est\ de\ forme\ 4n$
44	$= 3 + 41$	$11\ \neg r\ 3, 11\ \neg r\ 41$
	$= 7 + 37$	$11\ r\ 7, 11\ r\ 37$
	$= 13 + 31$	$11\ \neg r\ 13, 11\ r\ 31$
46	: $a\ pour\ diviseur\ 23$	: $est\ de\ forme\ 4n + 2$
46	$= 3 + 43$	$23\ \neg r\ 3, 23\ r\ 43$
	$= 5 + 41$	$23\ \neg r\ 5, 23\ r\ 41$
	$= 17 + 29$	$23\ \neg r\ 17, 23\ r\ 29$
48	: $a\ pour\ diviseur\ 3$	: $est\ de\ forme\ 4n$
48	$= 5 + 43$	$3\ \neg r\ 5, 3\ \neg r\ 43$
	$= 7 + 41$	$3\ \neg r\ 7, 3\ \neg r\ 41$
	$= 11 + 37$	$3\ r\ 11, 3\ r\ 37$
	$= 17 + 31$	$3\ \neg r\ 17, 3\ \neg r\ 31$
	$= 19 + 29$	$3\ \neg r\ 19, 3\ \neg r\ 29$
50	: $a\ pour\ diviseur\ 5$	: $est\ de\ forme\ 4n + 2$
50	$= 3 + 47$	$5\ \neg r\ 3, 5\ \neg r\ 47$
	$= 7 + 43$	$5\ \neg r\ 7, 5\ \neg r\ 43$
	$= 13 + 37$	$5\ \neg r\ 13, 5\ \neg r\ 37$
	$= 19 + 31$	$5\ r\ 19, 5\ r\ 31$
52	: $a\ pour\ diviseur\ 13$	: $est\ de\ forme\ 4n$
52	$= 5 + 47$	$13\ \neg r\ 5, 13\ \neg r\ 47$
	$= 11 + 41$	$13\ \neg r\ 11, 13\ \neg r\ 41$
	$= 23 + 29$	$13\ r\ 23, 13\ r\ 29$
54	: $a\ pour\ diviseur\ 3$	: $est\ de\ forme\ 4n + 2$
54	$= 7 + 47$	$3\ \neg r\ 7, 3\ r\ 47$
	$= 11 + 43$	$1 = 3\ r\ 11, 3\ \neg r\ 43$
	$= 13 + 41$	$3\ r\ 13, 3\ \neg r\ 41$
	$= 17 + 37$	$3\ \neg r\ 17, 3\ r\ 37$
	$= 23 + 31$	$3\ r\ 23, 3\ \neg r\ 31$
56	: $a\ pour\ diviseur\ 7$	: $est\ de\ forme\ 4n$
56	$= 3 + 53$	$7\ r\ 3, 7\ r\ 53$
	$= 13 + 43$	$7\ \neg r\ 13, 7\ \neg r\ 43$
	$= 19 + 37$	$7\ r\ 19, 7\ r\ 37$
58	: $a\ pour\ diviseur\ 29$	: $est\ de\ forme\ 4n + 2$
58	$= 5 + 53$	$29\ r\ 5, 29\ r\ 53$
	$= 11 + 47$	$29\ \neg r\ 11, 29\ \neg r\ 47$
	$= 17 + 41$	$29\ \neg r\ 17, 29\ \neg r\ 41$
	$= 29 + 29$	$29\ r\ 29$

Annexe 4 : Recherche des décomposants de Goldbach pour $2x$ compris entre 24 et 100 par les systèmes d'incongruences du premier degré

De x = 12 à x = 24, y vérifie les 6 incongruences suivantes :
y$\not\equiv 1\ (mod\ 3), y \not\equiv 2\ (mod\ 5), y \not\equiv 3\ (mod\ 7) et$
$y \not\equiv x+1\ (mod\ 3), y \not\equiv x+2\ (mod\ 5), y \not\equiv x+3\ (mod\ 7)$

$x = 12, y = 5, 24 = 11 + 13$
$x = 13, y = 6, 26 = 13 + 13$
$x = 14, y = 5, 28 = 11 + 17$
$x = 15, y = 5\ ou\ 6, 30 = 11 + 19 = 13 + 17$
$x = 16, y = 6, 32 = 13 + 19$
$x = 17, y = 5\ ou\ 8, 34 = 11 + 23 = 17 + 17$
$x = 18, y = 6\ ou\ 8, 36 = 13 + 23 = 17 + 19$
$x = 19, y = 9, 38 = 19 + 19$
$x = 20, y = 5\ ou\ 8, 40 = 11 + 29 = 17 + 23$
$x = 21, y = 5\ ou\ 6\ ou\ 9, 42 = 11 + 31 = 13 + 29 = 19 + 23$
$x = 22, y = 6, 44 = 13 + 31$
$x = 23, y = 8\ ou\ 11, 46 = 17 + 29 = 23 + 23$
$x = 24, y = 5\ ou\ 8\ ou\ 9, 48 = 11 + 37 = 17 + 31 = 19 + 29$

De x = 25 à x = 35, y vérifie les 8 incongruences suivantes :
y$\not\equiv 1\ (mod\ 3), y \not\equiv 2\ (mod\ 5), y \not\equiv 3\ (mod\ 7), y \not\equiv 5\ (mod\ 11) et$
$y \not\equiv x+1\ (mod\ 3), y \not\equiv x+2\ (mod\ 5), y \not\equiv x+3\ (mod\ 7), y \not\equiv x+5\ (mod\ 11)$

$x = 25$, y = 6 $ou\ 9, 50 = 13 + 37 = 19 + 31$
$x = 26, y = 11, 52 = 23 + 29$
$x = 27, y = 6\ ou\ 8\ ou\ 11, 54 = 13 + 41 = 17 + 37 = 23 + 31$
$x = 28, y = 6\ ou\ 9, 56 = 13 + 43 = 19 + 37$
$x = 29, y = 8\ ou\ 14, 58 = 17 + 41 = 29 + 29$
$x = 30, y = 6\ ou\ 8\ ou\ 9\ ou\ 11\ ou\ 14, 60 = 13 + 47 = 17 + 43 = 19 + 41 = 23 + 47 = 29 + 31$
$x = 31, y = 9\ ou\ 15, 62 = 19 + 43 = 31 + 31$
$x = 32, y = 8\ ou\ 11, 64 = 17 + 47 = 23 + 41$
$x = 33, y = 6\ ou\ 9\ ou\ 11\ ou\ 14, 66 = 13 + 53 = 19 + 47 = 23 + 43 = 29 + 37$
$x = 34, y = 15, 68 = 31 + 37$
$x = 35, y = 8\ ou\ 11\ ou\ 14, 70 = 17 + 53 = 23 + 47 = 29 + 41$

De x = 36 à x = 50, y vérifie les 10 incongruences suivantes :
y$\not\equiv 1\ (mod\ 3), y \not\equiv 2\ (mod\ 5), y \not\equiv 3\ (mod\ 7), y \not\equiv 5\ (mod\ 11), y \not\equiv 6\ (mod\ 13) et$
$y \not\equiv x+1\ (mod\ 3), y \not\equiv x+2\ (mod\ 5), y \not\equiv x+3\ (mod\ 7), y \not\equiv x+5\ (mod\ 11), y \not\equiv x+6\ (mod\ 13)$

$x = 36$, y = 9 $ou\ 14\ ou\ 15, 72 = 19 + 53 = 29 + 43 = 31 + 41$

$x = 37, y = 15$ *ou* $18, 74 = 31 + 43 = 37 + 37$
$x = 38, y = 8$ *ou* 11 *ou* $14, 76 = 17 + 59 = 23 + 53 = 29 + 47$
$x = 39, y = 8$ *ou* 9 *ou* 15 *ou* $18, 78 = 17 + 61 = 19 + 59 = 31 + 47 = 37 + 41$
$x = 40, y = 9$ *ou* $18, 80 = 19 + 61 = 37 + 43$
$x = 41, y = 11$ *ou* 14 *ou* $20, 82 = 23 + 59 = 29 + 53 = 41 + 41$
$x = 42, y = 8$ *ou* 11 *ou* 15 *ou* 18 *ou* $20, 84 = 17 + 67 = 23 + 61 = 31 + 53 = 37 + 47 = 41 + 43$
$x = 43, y = 9$ *ou* $21, 86 = 19 + 67 = 43 + 43$
$x = 44, y = 8$ *ou* 14 *ou* $20, 88 = 17 + 71 = 29 + 59 = 41 + 47$
$x = 45, y = 8$ *ou* 9 *ou* 11 *ou* 14 *ou* 15 *ou* 18 *ou* $21, 90 = 17 + 73 = 19 + 71 = 23 + 67 = 29 + 61 = 31 + 59 = 37 + 73 = 43 + 47$
$x = 46, y = 9$ *ou* $15, 92 = 19 + 73 = 31 + 61$
$x = 47, y = 11$ *ou* 20 *ou* $23, 94 = 23 + 61 = 41 + 53 = 47 + 47$
$x = 48, y = 8$ *ou* 11 *ou* 14 *ou* 18 *ou* $21, 96 = 17 + 79 = 23 + 73 = 29 + 67 = 37 + 59 = 43 + 53$
$x = 49, y = 9$ *ou* 15 *ou* $18, 98 = 19 + 79 = 31 + 67 = 37 + 61$
$x = 50, y = 8$ *ou* 14 *ou* 20 *ou* $23, 100 = 17 + 83 = 29 + 71 = 41 + 59 = 47 + 53$

Bibliographie

[1] C.F. Gauss, *Recherches arithmétiques*, Ed. Jacques Gabay, 1804.
[2] C.A. Laisant, *Sur un procédé de vérification expérimentale du théorème de Goldbach*, Ed. Bulletin de la S.M.F., n°25, p.209, 1/12/1897.