Etude autour de la conjecture de Goldbach

Denise Vella

March 21, 2009

Conjecture de Goldbach (7 juin 1742)

Conjecture de Goldbach (7 juin 1742)

- Tout nombre pair supérieur à 4 est la somme de deux nombres premiers.

Table des restes modulaires des nombres premiers impairs

Table des restes modulaires des nombres premiers impairs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3														
5														
7														
11														
13														
17			3											
19														
23														
29														
31														
37														
41														
43								20						
47														

Table des restes modulaires des nombres premiers impairs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5		0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7			0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
11				0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
13					0	13	13	13	13	13	13	13	13	13
17						0	17	17	17	17	17	17	17	17
19							0	19	19	19	19	19	19	19
23								0	23	23	23	23	23	23
29									0	29	29	29	29	29
31										0	31	31	31	31
37											0	37	37	37
41												0	41	41
43													0	43
47														0

Table des restes modulaires des nombres premiers impairs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	2	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7		2	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
11			4	0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
13				2	0	13	13	13	13	13	13	13	13	13
17					4	0	17	17	17	17	17	17	17	17
19						2	0	19	19	19	19	19	19	19
23							4	0	23	23	23	23	23	23
29								6	0	29	29	29	29	29
31									2	0	31	31	31	31
37										6	0	37	37	37
41											4	0	41	41
43												2	0	43
47													4	0

Table des restes modulaires des nombres premiers impairs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	2	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7	1	2	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
11	2	1	4	0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
13	1	3	6	2	0	13	13	13	13	13	13	13	13	13
17	2	2	3	6	4	0	17	17	17	17	17	17	17	17
19	1	4	5	8	6	2	0	19	19	19	19	19	19	19
23	2	3	2	1	10	6	4	0	23	23	23	23	23	23
29	2	4	1	7	3	12	10	6	0	29	29	29	29	29
31	1	1	3	9	5	14	12	8	2	0	31	31	31	31
37	1	2	2	4	11	3	18	14	8	6	0	37	37	37
41	2	1	6	8	2	7	3	18	12	10	4	0	41	41
43	1	3	1	10	4	9	5	20	14	12	6	2	0	43
47	2	2	5	3	8	13	9	1	18	16	10	6	4	0

Constat sur le contenu des cases de la table des restes modulaires des nombres premiers impairs (i $\geq j+2$)

- M(i , j) $=$ [M(i-1 , j) $+$ M(i , i-1)] mod j

Constat sur le contenu des cases de la table des restes modulaires des nombres premiers impairs (i $\geq j+2$)

- M(i , j) $=$ [M(i-1 , j) $+$ M(i , i-1)] mod j
- M(p , q) $\neq$ M(q , p)

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
6	0													
8	2													
10	1													
12	0													
14	2													
16	1													
18	0													
20	2													
22	1													
24	0													
26	2													
28	1													
30	0													
32	2													

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
6	0													
8	2													
10	1	0												
12	0	2												
14	2	4												
16	1	1												
18	0	3												
20	2	0												
22	1	2												
24	0	4												
26	2	1												
28	1	3												
30	0	0												
32	2	2												

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
6	0													
8	2													
10	1	0												
12	0	2												
14	2	4	0											
16	1	1	2											
18	0	3	4											
20	2	0	6											
22	1	2	1											
24	0	4	3											
26	2	1	5											
28	1	3	0											
30	0	0	2											
32	2	2	4											

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
6	0													
8	2													
10	1	0												
12	0	2												
14	2	4	0											
16	1	1	2											
18	0	3	4											
20	2	0	6											
22	1	2	1	0										
24	0	4	3	2										
26	2	1	5	4										
28	1	3	0	6										
30	0	0	2	8										
32	2	2	4	10										

Table des restes modulaires des nombres pairs successifs

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
6	0													
8	2													
10	1	0												
12	0	2												
14	2	4	0											
16	1	1	2											
18	0	3	4											
20	2	0	6											
22	1	2	1	0										
24	0	4	3	2										
26	2	1	5	4	0									
28	1	3	0	6	2									
30	0	0	2	8	4									
32	2	2	4	10	6									

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs

(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $14 : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $14 : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- $16 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $14 : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- $16 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $18 : \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $14 : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- $16 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $18 : \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- $20 : \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs

(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- 46 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- 46 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
- 48 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 4 & 9 & 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- 46 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
- 48 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 4 & 9 & 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$
- 50 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 6 & 11 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs

(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- 46 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
- 48 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 4 & 9 & 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$
- 50 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 6 & 11 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$
- ....

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- 6 : $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- 8 : $\begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- 10 : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- 12 : $\begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- 14 : $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- 16 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- 18 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- 20 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- 46 : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
- 48 : $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 4 & 9 & 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$
- 50 : $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 6 & 11 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$
- ....
- 98: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 10 & 7 & 13 & 3 & 6 & 11 & 5 & 24 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$

Vecteurs des restes modulaires des nombres pairs successifs
(modulo les nombres premiers impairs successifs inférieurs ou égaux à leur moitié)

- $6 : \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
- $8 : \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$
- $10 : \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $12 : \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $14 : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- $16 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $18 : \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- $20 : \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
- ....
- $46 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 & 7 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
- $48 : \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 4 & 9 & 14 & 10 & 2 \end{pmatrix}$
- $50 : \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 6 & 11 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$
- ....
- $$98 : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 10 & 7 & 13 & 3 & 6 & 11 & 5 & 24 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$
- ....

Constat sur les vecteurs des pairs modulo les premiers impairs successifs

- le vecteur d'un double de premier se termine par 0.

Constat sur les vecteurs des pairs modulo les premiers impairs successifs

- le vecteur d'un double de premier se termine par 0.
- le vecteur d'un double de composé se termine par un nombre pair.

Comparaison des vecteurs des pairs aux sous-matrices de la matrice des premiers

Comparaison des vecteurs des pairs aux sous-matrices de la matrice des premiers : pour 6 et 8

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0													
5														
7														
11														
13														
17														
19														
23														
29														
31														
37														
41														
43														
47														

Comparaison des vecteurs des pairs aux sous-matrices de la matrice des premiers : pour 10 et 12

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3												
5	2	0												
7														
11														
13														
17														
19														
23														
29														
31														
37														
41														
43														
47														

Comparaison des vecteurs des pairs aux sous-matrices de la matrice des premiers : pour 14, 16, 18 et 20

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3	3											
5	2	0	5											
7	1	2	0											
11														
13														
17														
19														
23														
29														
31														
37														
41														
43														
47														

Comparaison des vecteurs des pairs aux sous-matrices de la matrice des premiers : pour 22 et 24

$\equiv$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
3	0	3	3	3										
5	2	0	5	5										
7	1	2	0	7										
11	2	1	4	0										
13														
17														
19														
23														
29														
31														
37														
41														
43														
47														

Table de congruence au vecteur de $2x = 98$

$$\begin{pmatrix}
0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
2 & 0 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
1 & 2 & 0 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\
2 & 1 & 4 & 0 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 \\
1 & 3 & 6 & 2 & 0 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 \\
2 & 2 & 3 & 6 & 4 & 0 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\
1 & 4 & 5 & 8 & 6 & 2 & 0 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 \\
2 & 3 & 2 & 1 & 10 & 6 & 4 & 0 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 \\
2 & 4 & 1 & 7 & 3 & 12 & 10 & 6 & 0 & 29 & 29 & 29 & 29 & 29 \\
1 & 1 & 3 & 9 & 5 & 14 & 12 & 8 & 2 & 0 & 31 & 31 & 31 & 31 \\
1 & 2 & 2 & 4 & 11 & 3 & 18 & 14 & 8 & 6 & 0 & 37 & 37 & 37 \\
2 & 1 & 6 & 8 & 2 & 7 & 3 & 18 & 12 & 10 & 4 & 0 & 41 & 41 \\
1 & 3 & 1 & 10 & 4 & 9 & 5 & 20 & 14 & 12 & 6 & 2 & 0 & 43 \\
2 & 2 & 5 & 3 & 8 & 13 & 9 & 1 & 18 & 16 & 10 & 6 & 4 & 0
\end{pmatrix}$$

Table de congruence au vecteur de $2x = 98$

- $$\begin{pmatrix}
0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
2 & 0 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
1 & 2 & 0 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\
2 & 1 & 4 & 0 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 \\
1 & 3 & 6 & 2 & 0 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 \\
2 & 2 & 3 & 6 & 4 & 0 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\
1 & 4 & 5 & 8 & 6 & 2 & 0 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 \\
2 & 3 & 2 & 1 & 10 & 6 & 4 & 0 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 \\
2 & 4 & 1 & 7 & 3 & 12 & 10 & 6 & 0 & 29 & 29 & 29 & 29 & 29 \\
1 & 1 & 3 & 9 & 5 & 14 & 12 & 8 & 2 & 0 & 31 & 31 & 31 & 31 \\
1 & 2 & 2 & 4 & 11 & 3 & 18 & 14 & 8 & 6 & 0 & 37 & 37 & 37 \\
2 & 1 & 6 & 8 & 2 & 7 & 3 & 18 & 12 & 10 & 4 & 0 & 41 & 41 \\
1 & 3 & 1 & 10 & 4 & 9 & 5 & 20 & 14 & 12 & 6 & 2 & 0 & 43 \\
2 & 2 & 5 & 3 & 8 & 13 & 9 & 1 & 18 & 16 & 10 & 6 & 4 & 0
\end{pmatrix}$$
- $$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 10 & 7 & 13 & 3 & 6 & 11 & 5 & 24 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

Table de congruence au vecteur de $2x = 98$

- $2x \equiv p\ (q) \iff 2x - p \equiv 0\ (q) \iff q \mid 2x - p$

Table de congruence au vecteur de 2x = 98

- $2x \equiv p\ (q) \iff 2x - p \equiv 0\ (q) \iff q \mid 2x - p$
- $$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 \\ 1 & 3 & 6 & 2 & 0 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 \\ 2 & 2 & 3 & 6 & 4 & 0 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \\ 1 & 4 & 5 & 8 & 6 & 2 & 0 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 & 19 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 10 & 6 & 4 & 0 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 & 23 \\ 2 & 4 & 1 & 7 & 3 & 12 & 10 & 6 & 0 & 29 & 29 & 29 & 29 & 29 \\ 1 & 1 & 3 & 9 & 5 & 14 & 12 & 8 & 2 & 0 & 31 & 31 & 31 & 31 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 11 & 3 & 18 & 14 & 8 & 6 & 0 & 37 & 37 & 37 \\ 2 & 1 & 6 & 8 & 2 & 7 & \underline{3} & 18 & 12 & 10 & 4 & 0 & 41 & 41 \\ 1 & 3 & 1 & 10 & 4 & 9 & 5 & 20 & 14 & 12 & 6 & 2 & 0 & 43 \\ 2 & 2 & 5 & 3 & 8 & 13 & 9 & 1 & 18 & 16 & 10 & 6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$
  $$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 10 & 7 & 13 & \underline{3} & 6 & 11 & 5 & 24 & 16 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

Table de congruence au vecteur de $2x = 98$

- $2x \equiv p\ (q) \iff 2x - p \equiv 0\ (q) \iff q \mid 2x - p$

Table de congruence au vecteur de 2x $=$ 98

- $2x \equiv p\ (q) \iff 2x - p \equiv 0\ (q) \iff q \mid 2x - p$
- $41 \equiv 3\ (19)$ *et* $98 \equiv 3\ (19)$ *car* $19 \mid 98 - 41 = 57$

Table de congruence au vecteur de $2x = 98$

- $2x \equiv p\,(q) \iff 2x - p \equiv 0\,(q) \iff q \mid 2x - p$
- $41 \equiv 3\,(19)$ *et* $98 \equiv 3\,(19)$ *car* $19 \mid 98 - 41 = 57$
- un premier impair inférieur ou égal à x qui n'est congru à 2x selon aucun premier impair inférieur ou égal à x a son complémentaire à $2x$ qui est premier et qui est donc un décomposant de Goldbach de $2x$.

Table de congruence au vecteur de 2x=98

▶

$\underset{98}{\equiv}$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	
3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
13	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
23	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
41	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
43	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
47	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	

Table de congruence au vecteur de 2x=98

-

$\equiv_{98}$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	
3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
13	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
23	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*
41	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
43	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
47	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	

- $98 = 19+79 = 31+67 = 37+61$

Constat sur le contenu de certaines colonnes de la table de congruence à $2x$

Constat sur le contenu de certaines colonnes de la table de congruence à $2x$

- Les colonnes de droite de la table, correspondant aux nombres premiers supérieurs à $2x/3$ ne contiennent que des 0, sauf dans le cas où $2x$ est un double de premier auquel cas la dernière colonne se termine en bas à droite par un 1.

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \text{ premier } \leq n} p_i$$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \ premier \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \ premier \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \textit{ premier} \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$
- $\# 5 = 30$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \ premier \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$
- $\# 5 = 30$
- $\# 7 = 210$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \text{ premier } \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$
- $\# 5 = 30$
- $\# 7 = 210$
- $\# 11 = 2310$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \ premier \leq n} p_i$$
- $\# \ 2 = 2$
- $\# \ 3 = 6$
- $\# \ 5 = 30$
- $\# \ 7 = 210$
- $\# \ 11 = 2310$
- $\# \ 13 = 30030$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \text{ premier} \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$
- $\# 5 = 30$
- $\# 7 = 210$
- $\# 11 = 2310$
- $\# 13 = 30030$
- $\# 17 = 510510$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \ premier \leq n} p_i$$
- $\# 2 = 2$
- $\# 3 = 6$
- $\# 5 = 30$
- $\# 7 = 210$
- $\# 11 = 2310$
- $\# 13 = 30030$
- $\# 17 = 510510$
- $\# 19 = 9699690$

Primorielle

- $$\#n = \prod_{p_i \text{ premier} \leq n} p_i$$
- $\# \, 2 = 2$
- $\# \, 3 = 6$
- $\# \, 5 = 30$
- $\# \, 7 = 210$
- $\# \, 11 = 2310$
- $\# \, 13 = 30030$
- $\# \, 17 = 510510$
- $\# \, 19 = 9699690$
- ...

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 36, 66, 96,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 36, 66, 96,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 38, 68, 98,... : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 36, 66, 96,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 38, 68, 98,... : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- ...

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 36, 66, 96,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 38, 68, 98,... : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 30, 60, 90,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Exemples de suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 10, 40, 70,... : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 12, 42, 72,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 36, 66, 96,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 38, 68, 98,... : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- ...
- 30, 60, 90,... : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ...

Exemple de 15 suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 15 mini-sous-matrices 2x2 qui se répètent indéfiniment en haut à gauche pour les nombres pairs successifs

Exemple de 15 suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 15 mini-sous-matrices 2x2 qui se répètent indéfiniment en haut à gauche pour les nombres pairs successifs
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Exemple de 15 suites arithmétiques de nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 15 mini-sous-matrices 2x2 qui se répètent indéfiniment en haut à gauche pour les nombres pairs successifs
- $\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$
- deux nombres pairs ont des matrices booléennes associées qui partagent des sous-matrices suivant les lettres communes de leur vecteur associé (ex : s'ils sont congrus mod 7, leurs matrices booléennes vont partager une portion de la colonne correspondant à 7).

Autre exemple de deux nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 684 et 2994 : écart de 2310 (=(2x)3x5x7x11)

Autre exemple de deux nombres pairs dont les tables de booléens associées partagent leur coin haut-gauche

- 684 et 2994 : écart de 2310 (=(2x)3x5x7x11)
- sous-matrice en haut à gauche de taille 4×4 :
  $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Observer comment grandissent les tables de congruence pour appréhender comment elles ne peuvent pas rapetisser...

Descente infinie

- si un nombre ne vérifiait pas la conjecture, il y en aurait un plus petit qui ne la vérifierait pas non plus et ainsi de proche en proche, jusqu'à aboutir à des petits nombres dont on sait qu'ils vérifient la conjecture de Goldbach

Descente infinie

- si un nombre ne vérifiait pas la conjecture, il y en aurait un plus petit qui ne la vérifierait pas non plus et ainsi de proche en proche, jusqu'à aboutir à des petits nombres dont on sait qu'ils vérifient la conjecture de Goldbach
- d'où la contradiction

Descente infinie

- si un nombre ne vérifiait pas la conjecture, il y en aurait un plus petit qui ne la vérifierait pas non plus et ainsi de proche en proche, jusqu'à aboutir à des petits nombres dont on sait qu'ils vérifient la conjecture de Goldbach
- d'où la contradiction
- raisonnement par l'absurde

Descente infinie

- si un nombre ne vérifiait pas la conjecture, il y en aurait un plus petit qui ne la vérifierait pas non plus et ainsi de proche en proche, jusqu'à aboutir à des petits nombres dont on sait qu'ils vérifient la conjecture de Goldbach
- d'où la contradiction
- raisonnement par l'absurde
- la conjecture a été vérifiée par ordinateur jusqu'à 10^{18} en février 2008

Comment devrait être la matrice d'un nombre pair qui ne vérifierait pas la conjecture de Goldbach ?

Comment devrait être la matrice d'un nombre pair qui ne vérifierait pas la conjecture de Goldbach ?

- Elle devrait contenir au moins un 1 par ligne.

Comment devrait être la matrice d'un nombre pair qui ne vérifierait pas la conjecture de Goldbach ?

- Elle devrait contenir au moins un 1 par ligne.
- $$\begin{pmatrix} ......1.................. \\ ....1......... \\ ...1..................... \\ ....1............ \\ ....1...... \\ ....1............... \\ 1.....................1 \\ 1........................ \\ ....1...1...... \end{pmatrix}$$

Le partage des plus petits décomposants le plus chouette que j'ai trouvé dans l'Univers mathématique de Davis et Hersh

- $20902 = 3 + 20899$ $\quad 20962 = 3 + 20959$
  $20904 = 5 + 20890$ $\quad 20964 = 5 + 20959$
  $20906 = 3 + 20903$ $\quad 20966 = 3 + 20963$
  $20908 = 5 + 20903$ $\quad 20968 = 5 + 20963$
  $20910 = 7 + 20903$ $\quad 20970 = 7 + 20963$
  $20912 = 13 + 20899$ $\quad 20972 = 13 + 20959$
  $20914 = 11 + 20903$ $\quad 20974 = 11 + 20963$
  $20916 = 13 + 20903$ $\quad 20976 = 13 + 20963$
  $20918 = 19 + 20899$ $\quad 20978 = 19 + 20959$
  $20920 = 17 + 20903$ $\quad 20980 = 17 + 20963$
  $20922 = 19 + 20903$ $\quad 20982 = 19 + 20963$
  $20924 = 3 + 20921$ $\quad 20984 = 3 + 20981$

Le partage des plus petits décomposants le plus chouette que j'ai trouvé dans l'Univers mathématique de Davis et Hersh

- $$\begin{array}{llll} 20902 = 3 + 20899 & & 20962 = 3 + 20959 \\ 20904 = 5 + 20890 & & 20964 = 5 + 20959 \\ 20906 = 3 + 20903 & & 20966 = 3 + 20963 \\ 20908 = 5 + 20903 & & 20968 = 5 + 20963 \\ 20910 = 7 + 20903 & & 20970 = 7 + 20963 \\ 20912 = 13 + 20899 & & 20972 = 13 + 20959 \\ 20914 = 11 + 20903 & & 20974 = 11 + 20963 \\ 20916 = 13 + 20903 & & 20976 = 13 + 20963 \\ 20918 = 19 + 20899 & & 20978 = 19 + 20959 \\ 20920 = 17 + 20903 & & 20980 = 17 + 20963 \\ 20922 = 19 + 20903 & & 20982 = 19 + 20963 \\ 20924 = 3 + 20921 & & 20984 = 3 + 20981 \end{array}$$
- des causes différentes peuvent produire les mêmes effets...

Montée infinie de Goldbach

Montée infinie de Goldbach

- Tout nombre pair $2x$ supérieur ou égal à 6 partage avec $2x+6$ au moins l'un de ses décomposants de Goldbach.

Montée infinie de Goldbach

- Tout nombre pair 2x supérieur ou égal à 6 partage avec 2x+6 au moins l'un de ses décomposants de Goldbach.
- Testé par programme jusqu'à 16.10^8.

Liens

Liens

- Démonstration de l'infinitude des nombres premiers d'Euclide

Liens

- Démonstration de l'infinitude des nombres premiers d'Euclide
- Diagonalisation de Cantor

Liens

- Démonstration de l'infinitude des nombres premiers d'Euclide
- Diagonalisation de Cantor
- Vers une théorie lexicale des nombres : les nombres sont des mots...