

Transcription d'un extrait de *Men of mathematics* de Eric Temple Bell, pages 64 et suivantes du chapitre *Descartes, Gentleman, soldat et mathématicien*

Depuis l'automne 1641, Descartes vivait dans un petit village tranquille près de La Haye en Hollande, où habitait la princesse Elisabeth¹, qui était alors une jeune femme ayant un penchant pour l'étude, exilée à la campagne avec sa mère. La princesse semble en effet avoir été une prodige intellectuelle. Après avoir maîtrisé six langues et lu beaucoup de littérature, elle s'était tournée vers les mathématiques et les sciences, espérant trouver là des sujets plus nourrissants. Une théorie pour expliquer l'appétit inhabituel de cette remarquable jeune femme attribue sa soif de savoir à une déception amoureuse. Mais ni les mathématiques ni les sciences ne la satisfaisaient. Puis elle a découvert le livre de Descartes et elle a su qu'elle y avait trouvé ce dont elle avait besoin pour combler son vide existentiel. Une entrevue fut organisée avec le philosophe quelque peu réticent.

Il est très difficile de comprendre exactement ce qui s'est passé par la suite. Descartes était un gentleman, avec toute les craintes et la révérence d'un gentleman en ces temps galants et royaux, même pour le prince ou la princesse les moins puissants. Ses lettres sont des modèles de discrétion courtoise, mais d'une manière ou d'une autre, elles ne sonnent pas toujours tout à fait juste. Une petite remarque malveillante, citée dans un instant, en dit probablement plus sur ce qu'il pensait vraiment de la capacité intellectuelle de la princesse Elisabeth, que toutes les pages de flatteries subtiles qu'il écrivit à son élève passionnée ou à propos d'elle, en ayant un œil sur son style et l'autre sur ce qui fut publié après sa mort.

Elisabeth a insisté pour que Descartes lui donne des leçons. Officiellement, il déclara "de tous mes disciples, elle seule a parfaitement compris mon œuvre". Il ne fait aucun doute qu'il l'aimait sincèrement d'une façon paternelle, comme un chat regardant la femme d'un roi, mais croire qu'il voulait dire ce qu'il a dit comme s'il s'agissait d'une déclaration scientifique, c'est étirer la crédulité jusqu'à sa limite, à moins, bien sûr, qu'il ne l'ait entendu comme un commentaire ironique sur sa propre philosophie. Elisabeth a peut-être trop compris, car il semble être un fait que seul un philosophe comprend à fond sa propre philosophie, bien que n'importe quel imbécile puisse le penser. Quoi qu'il en soit, il ne lui a pas proposé ses leçons ni, autant que l'on sache, elle ne le lui a proposé.

Entre autres parties de sa philosophie qu'il lui exposait, il y avait la méthode de la géométrie analytique. Or il y a un certain problème de géométrie élémentaire qui peut être résolu tout simplement par la géométrie pure, et qui paraît assez facile, mais qui est un diable parfait pour que la géométrie analytique le traite sous sa stricte forme cartésienne. Il s'agit de construire un cercle qui doit toucher (être tangent à) trois cercles quelconques donnés au hasard dont les centres ne se trouvent pas tous sur une ligne droite. Il y a huit solutions possibles. Le problème est un beau spécimen du genre qui n'est pas adapté à la force brute de la géométrie cartésienne élémentaire. *Elisabeth l'a résolu par les méthodes de Descartes.* C'était plutôt cruel de sa part de la laisser faire. Son commentaire en voyant sa solution est un spectacle pour n'importe quel mathématicien. Elle était assez fière de son exploit, la pauvre fille. Descartes a déclaré qu'il n'entreprendrait pas de mettre en œuvre sa solution et de construire réellement le cercle tangent requis en un mois. Si cela

éditions Touchstone et Simon & Schuster.

Traduction (assistée de google traduction) : Denise Vella-Chemla, août 2023.

¹Fille de Frédéric, Électeur Palatin du Rhin, roi de Bohême, et petite-fille de Jacques Ier d'Angleterre.

ne traduit pas son estimation de l'aptitude mathématique d'Elisabeth, il est impossible de poser question plus simple. C'était une chose méchante à dire, d'autant plus qu'elle n'avait pas compris et qu'il savait qu'elle le ferait.

Quand Elisabeth quitta la Hollande, elle correspondit avec Descartes presque jusqu'au jour de sa mort. Ses lettres contiennent beaucoup de beauté et de sincérité, mais on aurait pu souhaiter qu'il n'ait pas été aussi ébloui par l'aura de la royauté.

En 1646, Descartes vivait une retraite heureuse à Egmond, en Hollande, méditant, jardinant dans un petit terrain, et entretenant une correspondance d'une ampleur incroyable avec les intellectuels d'Europe. Son plus grand travail mathématique était derrière lui, mais il continuait à penser aux mathématiques, toujours avec pénétration et originalité. Un problème auquel il accorda une certaine attention est celui d'Achille et de la tortue de Zénon. Sa solution du paradoxe ne serait pas universellement acceptée aujourd'hui mais elle était ingénieuse pour son époque. Il avait maintenant cinquante ans et était mondialement connu, bien plus célèbre en fait qu'il n'aurait jamais voulu l'être. Le repos et la tranquillité qu'il avait désirés toute sa vie lui échappaient encore. Il continuait de faire un grand travail, mais il ne devait pas être laissé en paix pour mettre en œuvre toutes les idées qu'il avait en tête. La reine Christine de Suède avait entendu parler de lui.

Cette jeune femme un peu masculine avait alors dix-neuf ans, c'était déjà une dirigeante douée, une classiciste réputée (de cela, plus tard), une athlète nerveuse avec l'endurance physique de Satan lui-même, une chasseuse impitoyable, une cavalière experte qui ne pensait à rien d'autre qu'à être dix heures en selle sans descendre une seule fois, et enfin un morceau de féminité coriace aussi endurci au froid qu'un bûcheron suédois. À tout cela, elle combinait une certaine obtusité épaisse envers les fragilités des êtres moins épais. Elle pouvait sauter des repas ; il en était de même de ceux de ses courtisans. Comme une grenouille en hibernation, elle pouvait rester assise pendant des heures dans une bibliothèque non chauffée au beau milieu de l'hiver suédois ; ses acolytes la suppliaient à travers leurs claquements de dents d'ouvrir toutes grandes les fenêtres et de laisser entrer la joyeuse neige. Son cabinet, nota-t-elle sans scrupule, était toujours d'accord avec elle. Elle savait tout ce qu'il y avait à savoir ; ses ministres et tuteurs le lui avaient dit. Comme elle ne dormait que cinq heures par nuit, elle faisait sauter ses crapauds dans le cerceau dix-neuf heures par jour. Au moment même où cette sainte terreur a vu la philosophie de Descartes, elle a décidé qu'elle devait annexer le pauvre diable endormi comme son instructeur privé. Toutes ses études jusque-là l'avaient laissée vide et avide de davantage. Comme l'érudite Elisabeth, elle savait que seules de copieuses douches philosophiques du philosophe lui-même pouvaient assouvir sa soif de savoir et de sagesse.

Sans cette fâcheuse pointe de snobisme dans son maquillage, Descartes aurait pu résister aux flatteries de la reine Christine jusqu'à l'âge de quatre-vingt-dix ans et la laisser finir sa vie sans dents, sans cheveux, sans philosophie, sans tout. Descartes tint bon jusqu'à ce qu'elle envoie l'amiral Fleming au printemps de 1649 avec un navire pour le chercher. L'ensemble fut généreusement mis à la disposition du philosophe réticent. Descartes temporisa jusqu'en octobre. Puis, avec un dernier regard de regret à son petit jardin, il ferma la serrure et quitta Egmond pour toujours.

Sa réception à Stockholm fut bruyante, pour ne pas dire royale. Descartes n'habitait pas au Palais ;

cela lui fut épargné. Des amis importunément gentils, cependant, les Chanute, brisèrent son dernier espoir de se réserver un peu d'intimité. Ils insistèrent pour qu'il vive avec eux. Chanute était un compatriote, en fait l'ambassadeur de France. Tout aurait pu bien se passer, car les Chanute étaient vraiment très prévenants, si l'obtus Christine ne s'était pas mis dans la tête inébranlable que cinq heures du matin était l'heure appropriée pour une jeune femme occupée et dure comme elle pour étudier la philosophie. Descartes aurait volontiers troqué toutes les reines têtues de la chrétienté contre un mois de rêverie couché à La Flèche avec l'éclairé Charlet discrètement proche pour veiller à ce qu'il ne se lève pas trop tôt. Cependant, il rampa consciencieusement hors de son lit à cette heure impie dans l'obscurité, il monta dans la voiture envoyée pour le chercher et il traversa la place la plus sombre et la plus venteuse de Stockholm jusqu'au palais où Christine était assise dans la bibliothèque glacée attendant impatiemment que sa leçon de philosophie commence à cinq heures A.M précises..

Les habitants les plus anciens déclarèrent plus tard que Stockholm n'avait jamais, de mémoire, subi un hiver aussi rigoureux. Christine semble avoir manqué d'une peau humaine normale ainsi que de nerfs. Elle ne s'apercevait de rien, mais maintenait son horrible rendez-vous avec Descartes qui y assistait sans broncher. Il essayait de rattraper son repos en se couchant l'après-midi. Elle l'en empêcha bientôt. Une académie royale suédoise des sciences était en gestation dans son activité prolifique ; Descartes fut tiré hors du lit pour la délivrer.

Il devint bientôt évident pour les courtisans que Descartes et leur reine discutaient bien plus que de philosophie lors de leurs discussions interminables. Le philosophe fatigué réalisa bientôt qu'il avait mis les deux pieds dans un nid de frelons populeux et occupé. Ils le piquaient chaque fois qu'ils le pouvaient et partout où ils le pouvaient. Soit la reine était trop épaisse pour remarquer ce qui arrivait à son nouveau favori, soit elle était assez intelligente pour piquer ses courtisans à travers son philosophe. Quoi qu'il en soit, pour faire taire les chuchotements malveillants de "l'influence étrangère", elle résolut de faire de Descartes un Suédois. Un domaine lui fut réservé par arrêté royal. Chaque mouvement désespéré qu'il faisait pour sortir du désordre ne faisait que l'enliser plus profondément. Le 1er janvier 1650, il était en Suède jusqu'au cou avec seulement un miracle qui pourrait venir de sa grossièreté, comme son seul faible espoir de se libérer un jour. Mais avec son respect inné pour la royauté, il ne pouvait se résoudre à prononcer les mots magiques qui le renverraient en Hollande, bien qu'il en ait dit beaucoup, avec une politesse courtoise, dans une lettre à sa dévouée Elisabeth. Il avait par hasard interrompu une des leçons de grec. À sa grande surprise, Descartes apprit que Christine, la célèbre classiciste, luttait contre des puérités grammaticales qu'il avait, dit-il, maîtrisées par lui-même lorsqu'il était petit garçon. Son opinion sur sa mentalité par la suite semble avoir été respectueuse mais basse. Elle n'a pas été soulevée par son insistance pour qu'il produise un ballet pour le plaisir de ses invités lors d'une réception à la cour lorsqu'il a résolument refusé de se faire un saltimbanque en tentant à son âge de maîtriser les cabrioles majestueuses des lanciers suédois.

Bientôt Chanute tomba désespérément malade d'une inflammation des poumons. Descartes le soigna. Chanute récupéra ; Descartes tomba malade de la même maladie. La reine, alarmée, envoya des médecins. Descartes les fit sortir de la chambre. Son état s'aggrava régulièrement. Incapable dans sa maladie de distinguer l'ami de la peste, il consentit enfin à être saigné par le plus obstiné des médecins, un ami personnel qui, tout le temps, rôdait en attendant sa chance. Cela

l'acheva presque, mais pas tout à fait.

Ses bons amis les Chanute, voyant qu'il était très malade, lui proposèrent de recevoir le dernier sacrement. Il avait exprimé le désir de voir son conseiller spirituel. Recommandant son âme à la miséricorde de Dieu, Descartes fit face à sa mort calmement, disant que le sacrifice volontaire qu'il faisait de sa vie pourrait peut-être expier ses péchés. La Flèche le serra dans ses bras jusqu'au bout. Le conseiller lui demanda d'exprimer s'il souhaitait recevoir l'extrême onction. Descartes ouvrit les yeux et les ferma. Il reçut la bénédiction. C'est ainsi qu'il mourut le 11 février 1650, âgé de 54 ans, en sacrifice à la vanité démesurée d'une fille têtue", déplore Christine. Dix-sept ans plus tard, alors qu'elle avait depuis longtemps renoncé à sa couronne et à sa foi, les ossements de Descartes furent restitués à la France (tous sauf ceux de la main droite, qui furent conservés par le Trésorier général français en souvenir de son talent d'ingénieur). Sa dépouille a été réinhumée à Paris dans l'actuel Panthéon. Il devait y avoir une oraison publique, mais cela fut interdit à la hâte par ordre de la couronne, car les doctrines de Descartes étaient jugées comme encore trop récentes pour être manipulées devant le peuple. Commentant le retour de la dépouille de Descartes dans sa France natale, Jacobi remarqua qu'"il est souvent plus commode de posséder les cendres des grands hommes que de posséder les hommes eux-mêmes de leur vivant".

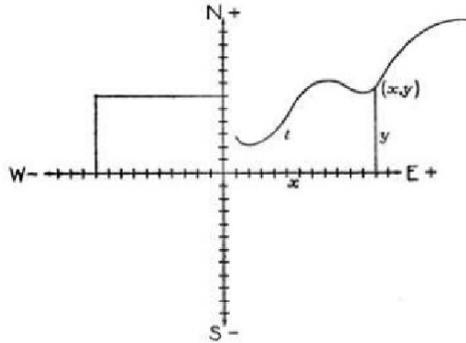
Peu de temps après sa mort, les livres de Descartes furent inscrits à l'Index de cette Église qui, acceptant la suggestion éclairée du cardinal de Richelieu du vivant de l'auteur, avait autorisé leur publication. "Cohérence, tu es un bijou !" Mais les fidèles n'étaient pas troublés par la cohérence, "l'épouvantail des petits esprits" - et le fléau des fanatiques incohérents.

* * *

Il ne s'agit pas ici de passer en revue les apports monumentaux que Descartes a apportés à la philosophie. Son rôle brillant dans l'aube de la méthode expérimentale ne peut pas non plus nous retenir. Ces choses sont bien en dehors du domaine des mathématiques pures dans lequel réside peut-être son plus grand travail. Il n'est donné qu'à peu d'hommes de rénover tout un pan de la pensée humaine. Descartes fut l'un de ces rares hommes. Pour ne pas occulter la brillante simplicité de sa plus grande contribution, nous la décrirons brièvement seule et laisserons de côté les nombreuses belles choses qu'il a faites en algèbre et particulièrement en notation algébrique et en théorie des équations. Cette seule chose est du plus haut ordre d'excellence, marquée par la simplicité sensible de la demi-douzaine de plus grandes contributions de tous les temps aux mathématiques. Descartes a refait la géométrie et il a rendu possible la géométrie moderne.

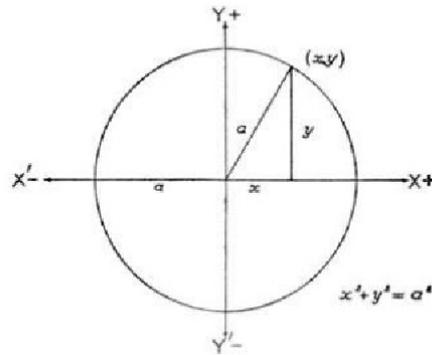
L'idée de base, comme toutes les grandes choses en mathématiques, est simple au point d'être évidente. Étendez deux lignes qui se croisent sur un plan. Sans perte de généralité, nous pouvons supposer que les lignes sont perpendiculaires les unes aux autres. Imaginez maintenant une ville tracée sur le plan américain, avec des avenues au nord et au sud, des rues à l'est et à l'ouest. L'ensemble du plan sera disposé par rapport à une avenue et une rue, appelées les axes, qui se coupent dans ce qu'on appelle l'origine, à partir de laquelle les numéros de rue-avenue sont lus consécutivement. Ainsi on voit clairement sans schéma où se trouve le 1002-Ouest-126-Street, si l'on note que les dix avenues résumées dans le nombre 1002 sont décalées vers l'ouest, c'est-à-dire, sur la carte, à gauche de l'origine. Ceci est si familier que nous visualisons instantanément la position de n'importe quelle adresse particulière. Le numéro d'avenue et le numéro de rue, avec les

compléments nécessaires de chiffres plus petits (comme dans le “2” de “1002” ci-dessus) permettent de fixer définitivement et uniquement la position d’un point quelconque par rapport aux axes, en donnant le couple de nombres qui mesurent son est ou son ouest et son nord ou son sud à partir des axes, ce couple de nombres est appelé les coordonnées du point (par rapport aux axes).



Supposons maintenant qu’un point se promène sur la carte. Les coordonnées (x, y) de tous les points de la courbe sur lesquels elle se déplace seront reliées par une équation (cela doit être pris pour acquis par le lecteur qui n’a jamais tracé de graphique pour ajuster les données), qui s’appelle *l’équation de la courbe*. Supposons maintenant pour simplifier que notre courbe soit un cercle. Nous avons son équation. Que peut-on faire avec ? Au lieu de cette équation particulière, on peut écrire la plus générale du même genre (par exemple, ici, du second degré, sans terme de produit vectoriel, et avec les coefficients des puissances les plus élevées des coordonnées égales), puis on peut procéder à la manipulation algébrique de cette équation. Enfin nous reportons les résultats de toutes nos manipulations algébriques dans leurs équivalents en termes de coordonnées de points sur le schéma que, tout ce temps, on a délibérément oublié. Il est plus facile de voir à travers l’algèbre que de voir, à la manière grecque de la géométrie élémentaire, à travers les lignes d’une toile d’araignée. Ce que nous avons fait a été *d’utiliser l’algèbre pour découvrir et rechercher des théorèmes géométriques concernant les cercles*.

Pour les lignes droites et les cercles, cela peut ne pas sembler très excitant ; nous savions tout faire auparavant d’une autre façon, à la grecque. Vient maintenant le véritable pouvoir de la méthode. Nous commençons avec des équations de n’importe quel degré de la complexité souhaitée ou suggérée et nous interprétons géométriquement leurs propriétés algébriques et analytiques. Ainsi, nous n’avons pas seulement abandonné la géométrie comme pilote ; nous avons attaché un sac de briques à son cou avant de le jeter par-dessus bord. L’algèbre et l’analyse seront désormais nos pilotes vers les mers inexplorées de “l’espace” et de sa “géométrie”. Tout ce que nous avons fait peut être étendu, d’un seul coup, à l’espace d’un nombre quelconque de dimensions ; pour le plan il faut deux coordonnées, pour l’espace “solide” ordinaire trois, pour la géométrie de la mécanique et de la relativité, quatre coordonnées, et enfin, pour “l’espace” comme les mathématiciens l’aiment, il faut n coordonnées, soit autant de coordonnées qu’il y a de nombres 1, 2, 3,..., ou autant qu’il y a de points sur une ligne, une infinité. C’est battre Achille et la tortue dans leur propre course.



Descartes n'a pas révisé la géométrie ; il l'a créée.

Il semble approprié qu'un éminent compatriote mathématicien vivant de Descartes ait le dernier mot, nous citerons donc Jacques Hadamard. Il remarque d'abord que la simple invention des coordonnées n'était pas le plus grand mérite de Descartes, car cela avait déjà été fait "par les anciens" - affirmation qui n'est exacte que si l'on lit l'intention non exprimée dans l'acte inaccompli. L'enfer est pavé d'idées à moitié cuites d'"anciens"

"C'est tout autre chose que de reconnaître [dans l'usage des coordonnées] une méthode générale et de suivre jusqu'au bout l'idée qu'elle représente. C'est précisément ce mérite, dont tout vrai mathématicien connaît l'importance, qui fut par excellence celui de Descartes en géométrie ; c'est ainsi qu'il fut conduit à ce qui est sa véritable grande découverte en la matière ; à savoir, l'application de la méthode des coordonnées non seulement pour traduire en équations des courbes déjà définies géométriquement, mais, en considérant la question d'un point de vue exactement opposé, à la définition a priori de courbes de plus en plus compliquées et, partant, de plus en plus et plus générales...

"Directement, avec Descartes lui-même, plus tard, indirectement, dans le retour que le siècle suivant a fait en sens inverse, c'est toute la conception de l'objet de la science mathématique qui a été révolutionnée. Descartes avait bien compris à fond la portée de ce qu'il avait fait, et il avait raison de se vanter d'avoir surpassé toute la géométrie avant lui comme la rhétorique de Cicéron surpasse l'ABC".