

## ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR CLAUDE BERGE

Claude Berge est décédé le 30 juin 2002. Il est le père de la théorie moderne des graphes ; il s'intéressa également à la théorie des jeux. Il fut un des fondateurs de "l'Oulipo" et il aimait beaucoup la sculpture et en faisait lui-même.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

JACQUES NIMIER : Comment est-on "attiré" par les mathématiques ? Dans quelles circonstances, êtes-vous devenu mathématicien ?

CLAUDE BERGE : Je pense que j'ai toujours été attiré par les raisonnements logiques qui aboutissaient à des raccourcis, à des choses surprenantes ; mais je ne serais pas devenu mathématicien sans un professeur de taupe qui m'a vivement intéressé. Je pensais d'ailleurs surtout à la littérature à cette époque-là...

JACQUES NIMIER : Ah ! bon...

CLAUDE BERGE : Mais c'est... disons une des matières qui m'a paru extrêmement attrayante... J'ai fait une thèse donc en mathématiques classiques et orthodoxes et ensuite je me suis lancé dans un domaine qui n'était pas du tout intégré dans les mathématiques classiques et qui s'appelle maintenant la Combinatoire ou la Théorie des Graphes ; ce n'était pas du tout reconnu à cette époque-là en tous cas. Mon goût pour les Graphes et pour ce genre de raisonnement venait surtout d'un désir de rendre visuelles des choses très... complexes.

JACQUES NIMIER : Rendre visuel...

CLAUDE BERGE : C'est un peu vague, tout ça.

---

Ce texte est la transcription d'entretiens qu'on peut lire sur la toile <http://pedagopsy.eu/page736.html> et qui ont été menés par le professeur Jacques Nimier.

JACQUES NIMIER : Enfin, c'est à préciser, c'est donc un professeur de taupe surtout, qui aurait été à l'origine de votre goût des mathématiques...

CLAUDE BERGE : Oui, c'est lui qui m'a donné envie de faire des mathématiques pures, je pensais surtout que les mathématiques étaient un outil pour faire quelque chose et je ne pensais pas qu'on puisse avoir envie simplement d'améliorer un outil mais seulement d'en faire quelque chose. Je pense que beaucoup de personnes sont comme moi, je ne pense pas qu'on décide, dès le jeune âge, de devenir mathématicien.

JACQUES NIMIER : Oui, oui...

CLAUDE BERGE : On... est souvent guidé vers des domaines où on a plus de facilités... et où on trouve l'occasion de briller, si vous voulez.

JACQUES NIMIER : Et vous avez dit tout à l'heure que vous aviez toujours aimé ce domaine de la logique où on avait l'occasion de faire des raccourcis, vous avez toujours aimé ça ?

CLAUDE BERGE : Oui, il y a certainement un plaisir esthétique qui est primordial ; par exemple même maintenant je ne me lance pas dans des mathématiques qui en passionnent beaucoup d'autres et qui sont des mathématiques, disons, dures avec des formules compliquées, pour affiner des résultats connus ou donnant quelque chose d'un peu plus général que ce qu'il y avait avant ; ça, ça ne m'intéresse pas du tout, je m'intéresse uniquement aux idées nouvelles pour démontrer des choses qui paraissent obscures. D'ailleurs je crois qu'en effet on pourrait faire... enfin, j'anticipe un peu...

JACQUES NIMIER : Non, ça ne fait rien. Il y a plusieurs genres de mathématiciens.

CLAUDE BERGE : Mais l'aspect affectif dans les mathématiques est non seulement intéressant pour savoir si on va devenir mathématicien ou pas, mais quelles sortes de mathématiques vont vous attirer.

JACQUES NIMIER : Comment voyez-vous ça ?

CLAUDE BERGE : Bien... il y a au fond de nombreuses variétés de mathé-

maticiens, on ne peut pas les comparer ; les gens qui se passionnent pour l'analyse et les géomètres et les théoriciens des nombres sont des gens qui sont certainement attirés par des choses différentes, fondamentalement...

JACQUES NIMIER : Oui, Oui. Les mathématiques liées à un aspect affectif de la personnalité.

CLAUDE BERGE : Je ne sais pas, on pourrait reprendre l'histoire de Descartes : pourquoi est-ce que Descartes a voulu tout d'un coup changer l'aspect des mathématiques qui... qui ne lui plaisait pas tellement, ou tout au moins faire le lien entre les nombres et les formes ? Enfin je crois que dans le cas de Descartes... on a beaucoup épilogué parce que ça s'est fait à la suite d'un rêve et on a psychanalysé ce rêve ; et je ne me rappelle d'ailleurs plus qui a fait l'étude, mais en tous cas j'avais été très frappé autrefois par ce rêve de Descartes qui avait précédé la découverte de la géométrie analytique : Descartes tombant de cheval sur le côté gauche et ne pouvant se mettre sur le côté droit, le symbolisme du gauche et du droit, il y avait quelque chose d'essentiellement affectif... Aussi, comme exemple qui est très impressionnant pour moi aussi, c'est Cantor. Cantor qui a considéré l'infini comme un nombre comme les autres, ramenant enfin ce qui était difficile à regarder à une chose tout à fait vulgaire ; eh bien ! Cantor est resté toute la fin de sa vie dans un asile. Donc, cela a touché un côté affectif, sa découverte était essentiellement liée à un aspect très affectif de sa personnalité.

JACQUES NIMIER : Chez lui, oui. Il a touché à quelque chose de dangereux pour lui ?

CLAUDE BERGE : Sans doute, il a voulu rabattre l'infini, malgré les pressions religieuses de l'époque. Si ce n'est pas une révolte essentielle contre beaucoup de choses... Enfin, il l'a mal supporté apparemment... cela a mal fini pour lui. Mais alors ce sont des exemples historiques ; maintenant, dans les exemples de tous les jours, je pense qu'on peut aussi trouver... des cas où l'attrait pour un objet mathématique provient d'une raison affective assez profonde ; je pense que... les gens qui font de la théorie des nombres, par exemple, sont des gens pour qui l'aspect magique du nombre... l'espèce de relief qu'ils donnent à chaque nombre, comme le font les calculateurs prodiges... Il peut y avoir des aspects assez mystérieux qui les poussent dans ce domaine-là plutôt que dans un autre ; alors la plupart des gens qui font de

la théorie des nombres ont en général une mémoire extraordinaire pour des nombres qui sont sans intérêt pour les autres êtres humains, même pour les autres mathématiciens.

### Le “goût” du puzzle

CLAUDE BERGE : Enfin, moi je m’occupe peu des nombres, je m’occupe peu des fonctions, mais surtout des configurations, c’est-à-dire des façons d’arranger les objets suivant des contraintes...

JACQUES NIMIER : Oui.

CLAUDE BERGE : L’existence d’une configuration, ses propriétés, les réductions d’une configuration à une autre m’attirent par goût ; peut être que c’est un peu, si vous voulez, le goût du puzzle, ou bien enfin le goût de ranger des objets suivant des contraintes spéciales qui peut être tout à fait indépendant des mathématiques, et qui se répercute de cette façon sur le domaine des mathématiques.

JACQUES NIMIER : Oui... Du reste, dans le mot configuration, il y a le mot figure.

CLAUDE BERGE : Oui, le mot figure n’est pas fortuit, parce que les gens qui font de la combinatoire actuellement, sont à l’opposé des algébristes, ils utilisent l’algèbre aussi comme un outil mais, ils veulent voir l’objet... qu’ils doivent construire. Par exemple, quand on étudie la théorie des graphes, eh bien ! on pourrait très bien parler de graphes en termes de fonctions en 0 et 1, ou en termes d’applications, mais non, on le traite en forme de figures parce qu’on veut visualiser l’objet, mettre des points pour représenter des sommets ; les arêtes, ce sont des lignes continues qu’on dessine sur le plan et ce sont des propriétés d’un type graphique et visuel qu’on étudie, ce ne sont pas des propriétés qui se traduisent par des axiomes et des formules, ce sont des propriétés assez concrètes : la connexité d’un graphe ça parle, le centre d’un graphe ça se voit, ce sont des concepts extrêmement concrets qui donnent lieu d’ailleurs à des théorèmes difficiles parce que quelquefois il y a des théorèmes qui sont aussi ardues que les grands théorèmes d’algèbre et d’analyse, mais dont les concepts ardues de base sont essentiellement visuels.

JACQUES NIMIER : Ce que vous voulez surtout c'est voir le raccourci.

CLAUDE BERGE : ... voir le raccourci, c'est plutôt dans le type de démonstration. On peut essayer d'arriver à un théorème, à un énoncé, d'une façon qui ne passe pas par l'enchaînement logique des déductions qui semblait conduire à cet énoncé. C'est quelquefois des chemins tout à fait inattendus qui aboutissent à une démonstration correcte d'un théorème, ça c'est intéressant.

JACQUES NIMIER : Trouver un autre chemin...

CLAUDE BERGE : Oui, trouver un autre chemin, trouver une sorte de "court-circuit" une façon de voir qui ne s'impose pas quand on regarde simplement l'hypothèse et la conclusion. Rien de ce chemin ne peut apparaître là-dedans, et cependant c'est ce chemin qui y mènera. Il s'agit à ce moment-là d'un goût que je crois assez universel chez les mathématiciens. Ils aiment bien trouver des démonstrations élégantes et une démonstration élégante c'est une démonstration à laquelle on ne penserait pas normalement, comme un problème d'échec élégant : il faut que le premier coup soit paradoxal... Comment vient une idée nouvelle ?

JACQUES NIMIER : Vous vous souvenez des premières fois où vous avez travaillé sur des graphes ?

CLAUDE BERGE : J'ai été amené aux graphes d'une façon très curieuse. le concept de graphe était alors inconnu en France. A l'étranger, il existait dans des articles très épars des noms divers qu'il fallait un peu unifier. J'ai d'abord unifié pour moi-même tout ce que comportaient ces articles et ces travaux faits dans des langages différents et avec des préoccupations différentes, c'est ainsi que j'ai d'ailleurs publié le premier livre sur les graphes.

JACQUES NIMIER : C'est ça qui vous a poussé au départ...

CLAUDE BERGE : Et j'ai fait ce travail-là d'abord pour moi, uniquement pour pouvoir y voir clair dans ce genre de questions, mais j'avais été conduit aussi à ça par un problème de la théorie des jeux... A vrai dire, j'ai commencé par être topologue, je me suis occupé des espaces de Banach, j'ai étendu un théorème de topologie dans l'espace de Banach et ensuite je me suis occupé

de jeux, de jeux sur des graphes, qu'on appelle maintenant les jeux de Nim où apparaît la théorie des graphes et puis le problème étant limité et vite épuisé, il a fallu passer à d'autres problèmes de graphes qui sont devenus très intéressants et très vivants et, chose curieuse, pour les mathématiques pures on a tout de suite trouvé des applications nombreuses et de nouvelles occasions d'utiliser l'outil.

### **Les mathématiques : unité et utilité**

JACQUES NIMIER : Oui,... si on vous demandait : qu'est-ce que les mathématiques pour vous ?

CLAUDE BERGE : ... les mathématiques, c'est, je pense, pour moi la même chose que pour les autres, c'est une science exacte à vrai dire, je ne pense pas à la mathématique en soi-même, je pense plutôt...

JACQUES NIMIER : ... pour vous...

CLAUDE BERGE : ... je pense plutôt à une branche précise de mathématiques...

JACQUES NIMIER : Oui.

CLAUDE BERGE : Vous me parleriez de topologie, je dirais ce que c'est...

JACQUES NIMIER : Vous ne pensez pas à la mathématique, mais à une...

CLAUDE BERGE : La mathématique, c'est l'ensemble de tous ces domaines et le lien entre ces domaines c'est que ce sont tous des traitements pour aboutir à des propositions sur des concepts, mais des concepts qui sont tellement différents... Au fond, je ne suis pas abstrait... par goût...

JACQUES NIMIER : Oui.

CLAUDE BERGE : J'aime bien... parler d'une science mathématique comme la science d'un objet mathématique très précis.

JACQUES NIMIER : Ah ! oui, d'accord, oui...

CLAUDE BERGE : La théorie des fonctions étudie les fonctions, la théorie des nombres étudie les nombres, la théorie des graphes étudie les graphes, c'est naturellement pour éviter des erreurs logiques, qu'on a été obligé d'axiomatiser ; on est toujours obligé d'axiomatiser un peu, mais c'est pas l'essentiel.

JACQUES NIMIER : Oui, c'est un ensemble d'objets qui ont chacun leurs caractéristiques.

CLAUDE BERGE : Oui, c'est des objets ; alors on sait où on les rencontre, on sait où on a besoin de les inventer quand ils n'existent pas... Enfin si, quelquefois il y a des objets qui me semblent assez beaux et je ne vais pas les étudier parce que je sais que les démonstrations et les raisonnements et les théories m'entraîneraient trop loin, et je ne veux pas m'écarter trop d'un domaine où je me suis un peu cristallisé... je ne pense pas que... enfin les mathématiciens universels ça n'existe pas, on peut plus... on n'est plus au temps de Léonard De Vinci où on pouvait tout faire avec un seul homme ; donc, il faut de plus en plus se spécialiser et malheureusement cette spécialisation fait que les mathématiciens eux-mêmes entre eux ne se comprennent pas toujours, et c'est très gênant parce qu'on étudie souvent des choses presque pareilles sans se connaître.

JACQUES NIMIER : Ah ! oui, à ce point-là...

CLAUDE BERGE : C'est à peu près inévitable étant donné que beaucoup d'écoles de mathématiques ont une certaine collection de concepts qu'ils connaissent bien et que cette collection s'élargit de jour en jour. Elle peut rejoindre la collection du voisin qui a travaillé de son côté ; mais ceci c'est une démarche désastreuse, ce n'est pas comme ça que ça devrait se passer. Ça se passe comme ça en fait parce qu'on travaille malgré tout un peu par école : les logiciens polonais ne font pas la même chose que les gens qui font de l'analyse numérique en Russie, ou quelque chose comme ça...

JACQUES NIMIER : Vous me dites que ça ne devrait pas être comme ça, vous aimeriez mieux que ce soit autrement.

CLAUDE BERGE : ... oui, ça ne veut pas dire que... le mathématicien cherche

en général à avoir une théorie bien faite et si l'on voulait mettre toutes les mathématiques dans un seul moule, un seul building, il faudrait que dans tous les différents départements, les connexions soient bien établies, ce serait absolument nécessaire ; alors si ça se développe d'une façon un peu anarchique, de toutes façons on ne peut pas y échapper..... et puis il se passe autre chose : c'est que certaines personnes veulent développer les mathématiques comme si c'était un bel édifice à regarder sous tous les angles, et d'autres veulent simplement un édifice dans lequel ils peuvent trouver un petit outil et l'attraper rapidement pour résoudre un problème bien précis... c'est un arsenal d'outils, c'est un... et ces deux concepts sont très différents, ces deux façons de voir s'opposent. Personnellement, je serais plutôt d'avis que les mathématiques doivent être un outil, doivent servir..... et que pour que l'outil soit maniable, on a besoin que d'un tout petit élément de l'édifice, il ne faut pas visiter tout l'édifice pour résoudre son problème.

JACQUES NIMIER : Oui, l'unité des mathématiques vous importe peu, c'est plutôt le côté utilité, quoi.

CLAUDE BERGE : Non, il est évident que tout serait plus satisfaisant si l'édifice était un et si on savait exactement à quelle porte frapper quand on veut résoudre un problème ; mais c'est un peu illusoire cette façon de voir, enfin beaucoup de gens s'acharnent à embellir l'édifice, c'est très bien mais c'est pas ça qui m'intéresse.

JACQUES NIMIER : Oui... Quel plaisir avez-vous à faire des mathématiques?..... si plaisir il y a, d'abord.

### **Le plaisir en mathématique**

CLAUDE BERGE : Ben, il y a du plaisir quand ça marche bien, il y a du déplaisir quand ça ne marche pas bien (*rires*), il y a des périodes où ça marche bien, des périodes où ça ne marche pas bien, naturellement.

JACQUES NIMIER : Vous pouvez parler un peu des deux ?

CLAUDE BERGE : Pour moi, quand on éprouve du plaisir, c'est surtout quand on est sur le point de découvrir quelque chose et qu'on polit un peu

l'ouvrage et qu'on sort quelque chose de concret, un article bien entendu. Mais si quelquefois on reste plusieurs semaines, plusieurs mois, sans rien trouver d'intéressant c'est très, très décevant mais le plaisir de découvrir est à ce moment très grand, c'est même plus que... c'est même ça plutôt que le plaisir de parler de mathématiques; j'aime pas tellement... j'aime pas professer par exemple...

JACQUES NIMIER : Ah! bon...

CLAUDE BERGE : ... je le fais au minimum. Ce que j'aime bien, c'est être avec un papier et un crayon dans une salle très confortable avec un cigare, un très bel objet devant moi : statue ou tableau, quelque chose...

JACQUES NIMIER : une figure...

CLAUDE BERGE : C'est-à-dire, il faut... je ne fais pas de bonnes mathématiques du tout si je ressens une sorte de frustration ou d'inconfort ; quelquefois même quand il fait très beau, au bord de la mer, eh bien, ça ne marche pas, alors qu'au contraire, d'autres fois c'est seulement au bord de la mer que ça marche, parce qu'il y a beaucoup de frustrations, si on est enfermé dans une pièce par exemple, ce qui est souvent nécessaire, il ne faut pas être tirillé pour aller dehors, il faut au contraire trouver que la pièce est une sorte de refuge nécessaire ; enfin, c'est... un petit détail quand même, ça s'accompagne donc d'un certain sentiment de confort, de tranquillité, il faut essayer de se concentrer... une gymnastique... C'est très difficile ce que vous me dites là au fond, j'ai jamais réfléchi à cet aspect de la question... On n'a du plaisir à faire des mathématiques que si on se sent... motivé mais motivé d'abord par l'objet qu'on veut atteindre bien entendu, mais aussi par une sorte d'atmosphère et d'envie de se recueillir et de s'abstraire... alors là, évidemment, il y a certainement beaucoup à dire au sujet du rapport de cet aspect de la question et de l'affectivité?

JACQUES NIMIER : Oui, se recueillir, s'abstraire...

## La “cristallisation” des pensées

CLAUDE BERGE : Ben, je ne sais pas d'ailleurs, on a peut-être souvent accusé des mathématiciens d'être schizoéphrènes ou tout au moins schizoïdes parce qu'ils s'occupent d'êtres qui ne sont pas en liaison constante avec la réalité concrète et affective. Il y a peut-être des mathématiciens qui sont poussés par un certain aspect schizoïde, c'est très possible, c'est pas mon cas, pas du tout...

JACQUES NIMIER : Se recueillir, qu'est-ce que ça veut dire pour vous ?

CLAUDE BERGE : ... se recueillir, c'est-à-dire se retrouver avec des pensées qu'on n'a pas pu réussir à cristalliser, et profiter du calme pour les concrétiser sur du papier. Mais je crois que c'est la même chose que pour jouer aux échecs ; pourquoi est-ce que deux joueurs d'échecs se battent pendant une heure ou deux heures ? C'est parce qu'ils aiment se concentrer sur un problème et ils aiment cette espèce de recueillement. C'est pas tellement parce qu'ils ont désiré gagner. On peut évidemment penser qu'il y en a d'autres qui sont poussés par une sorte d'ambition de réussir ou de gagner aux échecs, mais enfin c'est pas la motivation que je considère moi-même...

JACQUES NIMIER : Concrétiser sur... cristalliser, vous avez dit aussi cristalliser vos idées, vos pensées...

CLAUDE BERGE : C'est-à-dire elles ont une forme un peu nébuleuse, il faut arriver à leur donner une forme... une forme de cristal dur et... c'est une image, une sorte de... solution qui se cristallise, qui décante et puis le solide apparaît au fond ; il est évident qu'au début quand on entrevoit une théorie possible pour expliquer ou pour améliorer quelque chose, c'est extrêmement vague pour bien longtemps et puis même quand ça nous devient plus précis, la première forme qu'on obtient est une forme extrêmement laide et qui ne nous satisfait pas, il y a un grand travail de polissage d'une théorie avant de la présenter au public, si je puis dire...

JACQUES NIMIER : Oui, on revient au mot de figure. Vous dites : quelque chose de laid ou de pas laid, c'est des mots qu'on utilise pour une figure. Quelque chose de solide qu'on présente au public, qu'on peut présenter, comme s'il y avait fabrication de figure.

## Les mathématiques dures et les mathématiques molles

CLAUDE BERGE : Ah ! oui, oui, c'est ça. On présente, enfin quand on trouve un théorème, il faut l'exposer en séminaire ou faire un article et le publier, il n'y a qu'une solution et c'est ça qui doit être... qui ne peut pas être fait d'une façon négligente ; à ce moment-là le théorème perd très vite de son intérêt, à moins qu'il soit repris beaucoup plus tard par quelqu'un d'autre qui le redécouvre sous une forme améliorée... Vous voyez, il est évident que la façon de présenter un théorème est essentielle et c'est assez difficile quelquefois parce qu'on peut avoir des théorèmes un peu forts mais beaucoup plus laids, extrêmement longs à énoncer avec des cas d'exceptions, ou on peut avoir au contraire un énoncé très court, mais un peu moins fort qui ne peut pas s'appliquer à certains cas pour lesquels l'autre type de théorème pourrait marcher... Personnellement, comme d'ailleurs je vous l'ai dit tout à l'heure, je suis parfaitement satisfait avec ce deuxième type de théorème ; il y a les mathématiques dures, les mathématiques molles...

JACQUES NIMIER : Oui, vous reprenez ces termes : dures et molles. Les mathématiques "jeu", une façon de jouir avec l'esprit.

CLAUDE BERGE : ... Il y a aussi plusieurs attitudes, il y a par exemple le mathématicien classique qui veut savoir systématiquement tout ce qui est nouveau, tout ce qui améliore quelque chose dont il avait déjà entendu parler, qui fait une sorte de classement et qui est obligé pour cela, de se tenir au courant de tas de directions qui vont dans tous les sens... ça c'est le mathématicien sérieux ; d'autres mathématiciens sont des mathématiciens non sérieux, comme moi par exemple, parce que je ne fais malgré tout que les mathématiques qui m'amuse... Enfin, il y a entre les deux, il y a plusieurs échelons intermédiaires mais... les mathématiques c'est quand même aussi un petit peu un jeu, il faut les considérer un peu comme un jeu.

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que c'est qu'un jeu pour vous ? un jeu mathématique ?

CLAUDE BERGE : Un jeu, c'est une façon de jouir avec l'esprit... je crois, c'est concentrer son activité sur ce qui vous donne le maximum de jubilation...

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez des souvenirs concernant les mathématiques, des choses qui vous ont frappé.

CLAUDE BERGE : Vous voulez dire des aventures personnelles ?

JACQUES NIMIER : Oui, quelque chose qui en mathématiques, a joué un rôle important dans votre vie.

CLAUDE BERGE : Mais par exemple, j'ai rencontré autrefois, un joueur d'échecs, un ancien champion de France qui buvait énormément avant de donner des séances de simultané dans lesquelles il jouait contre une vingtaine de personnes et il se trouvait que quand il buvait un peu trop, eh bien ! il ne perdait pas davantage de parties mais il faisait énormément de nulles, des parties nulles, ce qui fait qu'il arrivait quand même à faire marcher ses fonctions de joueur, de champion, de maître d'échec...

JACQUES NIMIER : Oui,...

CLAUDE BERGE : ... tout marchait correctement, mais... malgré tout il y avait un changement notable car presque toutes ses parties devenaient nulles... Moi, par exemple, c'est pas l'alcool mais c'est fumer, par exemple. Il ne me viendrait pas à l'esprit de me mettre à réfléchir sur un problème sans un cigare ou une cigarette...

JACQUES NIMIER : Oui...

CLAUDE BERGE : C'est-à-dire à ce moment-là ça m'ennuierait. Le même travail peut me plaire ou me déplaire suivant des petits détails comme ça qui sont tout à fait extérieurs au problème.

JACQUES NIMIER : Ils ne sont pas si extérieurs que ça puisque...

CLAUDE BERGE : ... Oh ! oui... c'est peut-être simplement une raison, enfin une façon de... de contenir une impatience, c'est possible... Je ne sais pas, enfin, je n'ai pas réfléchi à la question, mais enfin puisqu'on parlait du plaisir à faire des mathématiques, c'est quand même assez bête mais je me dois de le signaler comme une confession...

JACQUES NIMIER : Et vous disiez alors que parler des mathématiques, non ça n'est pas du tout pareil.

CLAUDE BERGE : J'aime beaucoup mieux écrire quelque chose que de le dire.

JACQUES NIMIER : Oui.

CLAUDE BERGE : Je ne suis pas bavard par nature... plutôt que d'aller d'une façon continue de gauche à droite et, dans un cours, on doit procéder comme ça... Evidemment, les discussions sont nécessaires, on a besoin de connaître les points de vue des collègues et si naturellement... on croit trouver quelque chose et que quelqu'un vous dit qu'une façon de traiter le problème serait tout aussi bénéfique et qu'il a réussi, il vaut mieux le savoir le plus vite possible parce qu'on ne peut pas tout savoir, mais... au fond, je m'intéresse plus à mes problèmes qu'aux problèmes des autres (*rires*). Les combinatorialistes.

JACQUES NIMIER : ... Mais maintenant, vous avez l'impression que vous avez été conduit aux mathématiques absolument par hasard ou qu'il y a vraiment quelque chose...

CLAUDE BERGE : C'est peut-être un hasard si je suis devenu mathématicien, mais étant devenu mathématicien c'est peut-être pas un hasard si je me suis mis dans la combinatoire, disons.

JACQUES NIMIER : Ah ! bon, c'est ça qui est le plus important.

CLAUDE BERGE : ... Je ne pense pas qu'on puisse expliquer autrement que je vous l'ai dit que je sois devenu, enfin que je me sois... dans la recherche mathématique.

JACQUES NIMIER : Ah ! oui... comment définiriez-vous la combinatoire ?

CLAUDE BERGE : C'est une bonne question parce que c'est une question qu'on avait posée à un très grand mathématicien, Georges Polya, il n'y a pas longtemps et la seule définition que Polya avait trouvée : la combinatoire

c'est ce que les combinatorialistes font.

JACQUES NIMIER : C'est ce que les ?

CLAUDE BERGE : C'est ce que les combinatoirialistes font, c'est ce que la théorie combinatoire étudie, il n'y a pas d'autre définition. En fait, pour moi c'est assez clair. C'est exactement l'étude des configurations, comme la théorie des nombres est l'étude des nombres ; le plus simple des problèmes combinatoires et le plus connu c'est le problème d'Euler par exemple : Euler se posait la question de savoir s'il était possible de traverser la ville de Konigsberg, c'est-à-dire qui s'appelle aujourd'hui Kaliningrad, de façon à utiliser chaque pont une fois et une fois seulement ; donc s'il existe, ce trajet est une configuration parce qu'il faut ranger les différents ponts sur lesquels on va passer. Bon, alors, quand le problème est très simple comme celui-ci, ce qu'il faut c'est avoir des théorèmes d'existence : existe-t-il un trajet satisfaisant à ce genre de contrainte ? ou existe-t-il une façon de faire, un tableau avec des symboles, de façon à ce que ces symboles subissent, obéissent à certaines lois ? Ca c'est les théorèmes d'existence qui, sont d'ailleurs les plus intéressants à mon avis ; puis, une fois que le théorème d'existence ne pose plus de problème, il y a des problèmes de dénombrement : combien de configurations existe-t-il ? Alors là c'est un domaine très spécial, qui est déjà connu des probabilistes depuis fort longtemps et qui est l'analyse combinatoire proprement dite ; mais la combinatoire c'est aussi autre chose, c'est aussi le problème : parmi les configurations que l'on veut obtenir, il y en a-t-il une qui est optimale dans un certain sens ? et puis surtout, quelles sont les propriétés de ces configurations, alors tout un type de problèmes très différents se posent et c'était des problèmes qui n'étaient pas étudiés en tant que tels par les mathématiques modernes autrefois, enfin il y a très peu de temps que c'est reconnu ; maintenant, c'est reconnu comme une branche autonome des mathématiques ; évidemment dans tous les théorèmes d'existence ou les théorèmes de structure, il y a beaucoup d'algèbre, il y a beaucoup de calculs sur ordinateur, il y a beaucoup de choses différentes qui interviennent ; ce n'est donc pas une branche sans rapports avec les autres, mais, enfin, l'objet que nous étudions, est un objet bien précis, c'est "les configurations" ; alors c'est un domaine qui a échappé complètement aux mathématiques grecques et européennes jusqu'à Euler, on se demande pourquoi parce que malgré tout, il y a eu des...

JACQUES NIMIER : Il est un peu à part...

### **Les configurations, le modelage et la rigueur des lois**

CLAUDE BERGE : Il est un peu à part, il n'était pas inconnu des... chinois, il y a une vieille histoire qui date de plus de 2000 ans avant Jésus Christ, où... on voit sortir une tortue du Fleuve jaune et sur sa carapace se trouve un carré magique ; c'est une configuration de nombres qui n'est pas du tout facile à obtenir ; donc il fallait déjà qu'ils sachent comment se forme une configuration ; aux Indes, actuellement quand il y a un carré magique un peu différent des autres, on le voit immédiatement sur le mur d'un commerçant comme étant un symbole de perfection et c'est un symbole qui est supposé lui porter bonheur ; mais c'est pas du tout dans le courant des mathématiques classiques qui nous viennent des Grecs qui veulent étudier les nombres, les formes, etc. ni même les éléments de l'analyse combinatoire. Par exemple, le triangle de Pascal : il n'a pas été inventé par Pascal mais par des arabes, par des persans plus exactement, je crois au XI<sup>ème</sup> siècle. Mais ces arabes ou ces persans le faisaient sans faire de combinatoire, c'est-à-dire qu'ils rencontraient les nombres binomiaux, mais ils n'avaient pas fait le rapprochement avec le dénombrement d'un type de configuration...

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qui vous fascine là-dedans ?

CLAUDE BERGE : ...Ah ! et bien, une configuration, c'est une façon de placer des objets d'une façon qui s'impose par la rigueur de ses lois, comme un tableau très rigoureux, ...et puis ce qui m'a poussé davantage vers la Combinatoire c'est justement c'était que... c'était une science très très peu développée et qu'on se devait d'ériger en théorie...

JACQUES NIMIER : Modeler une figure qui a des lois rigoureuses.

CLAUDE BERGE : Quand la théorie n'est pas encore bien élaborée... on peut lui donner plusieurs formes, par exemple on peut faire tout découler d'un théorème dur ; on peut au contraire considérer un théorème tout à fait différent et retrouver les mêmes résultats beaucoup plus loin, c'est ça que j'appelle le modelage d'une théorie...

JACQUES NIMIER : Et vous, c'était pas le... ?

CLAUDE BERGE : Si, ça paraissait intéressant de modéliser justement une théorie... une théorie n'est intéressante qu'à ses débuts, c'est au début d'une théorie qu'on peut lui donner un aspect un peu à votre convenance, suivant vos goûts.

### **L'accès aux mathématiques, au sens perdu**

CLAUDE BERGE : La difficulté des mathématiques est en grande partie une difficulté d'accès. C'est pas une difficulté intrinsèque parce que c'est relativement simple, on s'en rend compte quand on a compris (*rires*). Mais justement ça, on pourrait comprendre même si ça demeurait complexe. Comprendre c'est pas nécessairement réduire à des éléments simples.

Très souvent, la difficulté se trouve dans une sorte de déchiffrement : il s'agit de comprendre ce qu'il y a au-delà d'une certaine écriture qui est purement algébrique alors qu'en fait le contenu est géométrique. Et le contenu géométrique est totalement absent lors du développement algébrique alors que dans la tête de l'auteur il était présent, ou encore il y a des développements heuristiques qui ne sont pas donnés, les méthodes heuristiques sont très très importantes...

Il y a des choses bizarres comme ça, il y a des résultats mathématiques qui ont un sens extrêmement simple et le sens est comme perdu.

## ENTRETIEN AVEC ANDRÉ JOYAL

André Joyal est un des plus grands mathématiciens du Québec.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

### **Comment devient-on mathématicien ?**

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous pourriez me dire comment vous êtes devenu mathématicien ?

ANDRÉ JOYAL : Oui. Dès l'adolescence je me suis intéressé aux sciences en général, mais particulièrement à la physique et à l'astronomie, pas dans les livres scolaires, j'allais à la bibliothèque où je lisais des livres de vulgarisation scientifique, et je n'avais pas l'intention de faire des mathématiques à ce moment-là : j'avais plutôt l'intention de faire de la physique, pas de chimie, de la physique.

J'ai lu aussi un certain nombre de biographies et ça, je crois que ça a dû avoir une influence psychologique importante par identification... j'aurais peut-être du mal à vous dire exactement quels livres, mais c'étaient des livres qui décrivaient l'histoire de certains grands physiciens ou de certains grands mathématiciens. Cela donnait un contenu un peu réel à l'activité, parce que la science, en tant que contenu théorique, c'est intéressant pour un jeune, mais c'est aussi intéressant de comprendre la vie en général, de comprendre l'histoire aussi...

Il y a peut-être eu aussi une certaine identification qui s'est faite à ce moment-là, parce que dans ma famille il n'y a pas de scientifique. Mon père était cultivateur quand j'étais jeune, mais plus tard il est devenu marchand de matériaux de construction. C'est un individu très rationnel, il aime les choses... cherche à comprendre... il n'a pas beaucoup d'éducation, mais tout de même, il a, je crois, cinq ou six ans d'école primaire. Il a toujours eu une attitude

scientifique devant les choses, ou rationnelle.

J'ai peut-être aussi été influencé par certains cousins. Je me souviens que tous les étés, certains cousins des Etats-Unis venaient nous visiter et il y en avait un en particulier qui aimait beaucoup les jeux de devinette : il posait des questions, il fallait réfléchir et ça m'amusait beaucoup ; j'avais de bons rapports avec lui, ça m'a peut-être influencé.

### **Seul et avec d'autres, présent et absent**

ANDRÉ JOYAL : Ensuite j'ai fait des études techniques dans un collège ; j'ai un diplôme de technicien d'électronique. Puis, j'ai voulu étudier la physique à l'université, mais en faisant des études d'électronique.

J'ai commencé à lire systématiquement certains livres d'algèbre et de calcul infinitésimal. Ces cours d'électronique étaient relativement rudimentaires, il n'y avait pas de calcul différentiel et intégral sauf un petit peu à la fin du cours et j'étais assez satisfait. Alors j'ai étudié par moi-même et je suis devenu une sorte d'autodidacte même si j'ai eu des cours à l'université... en fait, j'étais plutôt absent à ces cours...

JACQUES NIMIER : Vous étiez absent ?

ANDRÉ JOYAL : Oui, je n'allais pas au cours en général, sauf pour passer les examens... Cependant, j'étais présent à l'université, c'est-à-dire que je travaillais avec certains étudiants qui étaient comme moi très enthousiastes pour la mathématique et on travaillait ensemble, on se posait différentes questions, comme ça j'ai beaucoup appris aussi. Mais les cours c'était pour les examens, c'était plutôt quelque chose de formel, il fallait bien avoir des diplômes, il fallait bien... parce que les cours sont donnés sans perspective historique. C'est soit trop lent, soit trop rapide. On impose un rythme qui ne correspond pas du tout au rythme de l'étudiant ; or l'étudiant intéressé peut, en une semaine, apprendre ce que l'on peut faire en une année dans un cours si l'on n'est pas intéressé...

J'ai toujours suivi mon propre rythme mais en faisant quand même un peu attention pour passer les examens, donc avant les examens, je faisais un ef-

fort... mais sans ça, je me considère plutôt comme un autodidacte. J'avais certains rapports avec d'autres mathématiciens, à l'université il y a quand même quelques professeurs... mais j'ai toujours eu beaucoup d'indépendance par rapport aux exigences. Par exemple, j'ai voulu faire une maîtrise. J'ai fait un peu d'analyse pendant un certain temps et puis ensuite, je me suis intéressé à d'autres questions, et comme je m'intéressais à d'autres questions, je ne faisais plus d'analyse, alors j'ai changé de directeur.

### **Répondre à ses propres interrogations**

ANDRÉ JOYAL : J'ai toujours été très exigeant pour répondre à ce qui me semblait être mes interrogations, plutôt que les interrogations du prof...

JACQUES NIMIER : Vos interrogations ?

ANDRÉ JOYAL : Oui... quelles sortes de questions on se pose ou que je me pose.

JACQUES NIMIER : Et qui vous motivaient pour avancer...

ANDRÉ JOYAL : Oui, il y a un aspect local et global, c'est-à-dire qu'il y a d'abord des espèces de questions très, très générales auxquelles on aimerait répondre et qui ne sont presque pas formulées, c'est presque inconscient, c'est une motivation très générale.

JACQUES NIMIER : Exemple ?

ANDRÉ JOYAL : Je me suis toujours émerveillé (*rires*) par ce qu'est l'univers physique par exemple. L'astronomie m'a beaucoup influencé. J'ai découvert que le monde est extrêmement vaste par rapport à la perspective qu'on peut avoir dans une petite ville (c'est une façon d'en sortir peut-être) et il y a des choses extrêmement mystérieuses auxquelles on veut répondre... souvent aussi par opposition à la religion peut-être. Dans la famille, nous étions catholiques, les réponses venaient de la religion effectivement, et je me suis opposé à ça assez tôt, j'étais un peu mouton noir dans ce sens-là ; je ne suis pas un agnostique au sens général du mot, à savoir qu'il y a des questions auxquelles on ne peut pas répondre, mais j'ai une espèce de confiance selon

laquelle, en principe, on peut répondre à toutes les questions (*rires*).

JACQUES NIMIER : C'est-à-dire que vous voulez que toutes les questions et les réponses viennent de vous ?

ANDRÉ JOYAL : Non, non, non. Parce que, oui, je suis autodidacte, mais ça c'est une question de circonstances ; j'aime bien collaborer avec les gens, j'ai collaboré avec beaucoup de gens dans ma carrière. Collaborations qui ont été fructueuses. Non, c'est plutôt par réaction à un certain système d'enseignement, c'est plutôt par rapport à une certaine culture, une façon de considérer la recherche ou l'étude de la science en général. C'est ça plutôt, dans ce sens-là. Ce n'est pas parce que je crois que les réponses doivent venir de moi, mais j'ai confiance que je peux y apporter quelque chose, je ne me sens pas différent, en ce sens, des autres non plus.

### **Les mathématiques**

ANDRÉ JOYAL : Je crois que les mathématiques c'est une activité humaine comme les autres, c'est pas une question de talent par exemple. Ce n'est pas une question de neurones ou de bon fonctionnement du cerveau. Bon, c'est évident qu'il faut être en santé, mais c'est plutôt une question de motivation, c'est une question émotionnelle.

Donc, si pour certaines motivations de nature, non pas irrationnelle, mais émotionnelle, on est intéressé à comprendre un certain nombre de choses en utilisant l'aspect mathématique, alors on développe les capacités de réfléchir mathématiquement et on a ce qu'on appelle un talent. Cette motivation peut apparaître très tôt et c'est difficile de comprendre pourquoi exactement...

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous pouvez préciser un peu justement cet aspect émotionnel qui pour vous a motivé votre intérêt ?

ANDRÉ JOYAL : C'est pas facile... mais quand j'avais cinq ans, mon père m'avait acheté une sorte de ce qu'on appelle en Amérique un mécano ; mais c'était en bois... on fabriquait et j'avais beaucoup aimé ça. Je ne sais pas si c'est suffisant pour former une motivation : le fait de découvrir qu'on peut faire quelque chose...

JACQUES NIMIER : Des éléments séparés...

ANDRÉ JOYAL : Oui, des éléments séparés. C'était quelque chose de relativement simple : il y avait la figure et il fallait la répéter, évidemment on pouvait faire ensuite autre chose, mais je ne me souviens pas que j'ai fait beaucoup d'autres choses, je faisais simplement ce qu'il y avait, j'étais très jeune...

JACQUES NIMIER : Construire une figure...

ANDRÉ JOYAL : Oui, construire une figure. Je me souviens que j'avais fait un petit avion, par exemple, avec une hélice qui tournait vraiment et j'étais très content peut-être que ça m'a donné une motivation... il y a peut-être aussi cette identification à la suite de lecture... une sorte d'ouverture sur le monde. Quand on vit dans une petite ville, c'est fermé et comme je le disais, nous étions très catholiques et j'avais des doutes sur la vérité de cette doctrine. Mais ça a été très difficile pour moi, quand j'avais treize, quatorze ans de m'en éloigner. Je crois que je m'en suis détaché par ma façon positive...

JACQUES NIMIER : C'était une sortie ?

ANDRÉ JOYAL : Oui, c'était une sortie, oui, chercher la vérité d'une façon différente. Je ne vois pas la mathématique et la science comme une nouvelle religion, je vois plutôt la religion comme une pseudo science, un effort de comprendre des choses qui ne sont pas comprises. Et puis, on l'a érigée en doctrine et ça a donné une science qui n'en est pas une, mais une sorte d'effort de connaissance. C'est un effort qui n'est pas rationnel, parce qu'on n'en est pas à un degré de développement suffisant pour utiliser des méthodes rationnelles afin de répondre à ces questions. Et justement ça c'est la position : il n'y a pas de questions a priori, auxquelles on ne peut pas répondre, même si on ne peut pas répondre maintenant. Et, je crois que l'humanité c'est quelque chose de complètement ouvert et...

### **Individuel/collectif**

JACQUES NIMIER : Vous utilisez beaucoup les mots "ouvert" et "fermé"...

ANDRÉ JOYAL : Je ne sais pas... ah ! oui, je parlais d'une petite ville fermée... oui, oui, je ne crois pas que ce soit une influence de la topologie (*rires*)... Mais les mathématiques, c'est plus qu'une simple technique... Je sais que certains mathématiciens, surtout en statistique, voient les mathématiques comme un outil qui permet de calculer certains paramètres. Non en général, j'ai confiance dans la capacité de comprendre. Il y a évidemment énormément de problèmes sociaux que la méthode des scientifiques au sens des sciences exactes, ne peut résoudre. Ça je suis d'accord avec ça ; mais je crois que la science est une science véritable, je ne dis pas un empirisme. Je ne crois pas qu'on fabrique des lois simplement pour les accorder aux phénomènes et pour trouver une explication parce que tout est convention et des choses comme ça ; je crois qu'on a la possibilité de comprendre le monde en général, que c'est une capacité collective : cette recherche scientifique ça se fait toujours à plusieurs. Je n'ai jamais travaillé d'une façon isolée même si je suis un autodidacte, c'est toujours en rapport avec d'autres personnes. Il y a un questionnement qui se développe, on répond aussi à certaines questions individuelles ; c'est une construction individuelle au groupe de recherche. Mais souvent ce ne sont pas des groupes de recherche formalisés, institutionnalisés avec subventions et tout ça, c'est plutôt un individu dans un pays, un autre là, un autre ailleurs, on se rencontre quelquefois, on se téléphone, on s'écrit...

### **Découvrir/inventer**

ANDRÉ JOYAL : Alors si je reviens à cette question d'ouverture, de fermeture... j'avoue que j'ignore profondément ce que c'est que finalement les mathématiques, c'est-à-dire que je peux prendre des positions philosophiques par rapport à ça ; mais je ne suis pas d'accord avec les positions platoniciennes et je ne suis pas d'accord non plus avec des positions constructivistes dans lesquelles tout ça c'est des constructions de l'esprit humain ; je crois qu'il y a découverte, il n'y a pas seulement invention, il y a les deux à la fois : invention et découverte, et c'est ça aussi qui est fascinant en mathématiques : des découvertes parce que si on ne faisait qu'inventer... découvrir aussi c'est intéressant, c'est-à-dire qu'il y a une sorte d'inconnu et puis tout d'un coup il y a un petit coin de voile qui est soulevé et puis on voit, on comprend tout d'un coup ce qui se passe. A mon avis, c'est déjà là ; comment est-ce que c'est déjà là ? Je crois que c'est là exactement comme les lois physiques, on peut faire des variations sur une formulation, on peut inventer certaines

formulations des lois physiques, on n'invente pas les lois physiques, on les découvre, il y a découverte de quelque chose qui est là et je crois que les structures mathématiques sont déjà là aussi.

Qu'est-ce que ça signifie du point de vue philosophique ? Je ne suis pas un théologien, (? ,!) d'accord. Je ne suis pas capable de répondre à ces questions, mais pour moi c'est quand même important, parce qu'a priori il y a une sorte de confiance, à savoir je suis devant un problème très compliqué, je me dis : je dois trouver les rapports simples qui sont derrière ça et j'ai toujours l'idée qu'il y a derrière quelque chose de très simple qui permet de rendre compte de quelque chose qui semble incompréhensible ou presque, que c'est déjà là, que c'est pas quelque chose que je vais inventer là ; mais que je dois réfléchir suffisamment pour trouver les éléments simples ; alors j'ai confiance que ces éléments simples existent... donc il y a une espèce de vue platonicienne qui fournit une sorte de motivation ; il y a des éléments simples et je dois les trouver... et ça marche !

### **“On peut s'ouvrir pour s'enfermer dans autre chose”**

ANDRÉ JOYAL : Cependant, devant certains problèmes, j'ai l'impression quelquefois que ce ne sont pas des problèmes naturels mais des problèmes de langage ; que c'est plutôt parce que notre approche est tellement peu claire que c'est l'approche qui crée le problème.

Certains problèmes ne sont pas naturels et à ce moment-là j'ai tendance à ne pas chercher de solution, je sais qu'il n'y a pas de solution, qu'il y a seulement certaines méthodes qu'on peut développer... Mais si un problème me paraît naturel... (et il y a ce concept de naturel qui est un peu mystérieux et très intuitif, je ne sais pas le décrire complètement) à ce moment-là, j'ai davantage de motivations pour y travailler, je peux travailler durant des mois sur une question si j'ai des motivations.

Les motivations ne sont pas en général des motivations techniques, à savoir, je ne suis pas un mathématicien qui fait des mathématiques parce que je dois résoudre un problème d'ordre technique posé par une corporation, un gouvernement ou quelque chose comme ça ; ça c'est justement des problèmes qui ne sont pas naturels à mon avis ; surtout qu'il y a des usages... enfin

politiquement, j'ai des positions qui sont plutôt radicales. Alors, je préfère faire une recherche théorique parce que je crois que c'est plus utile à l'humanité même si actuellement, ce n'est pas utile au gouvernement ou aux corporations, c'est peut-être pas maintenant que ça sera utilisé, ça sera plus tard. Je contribue peut-être, beaucoup de mathématiciens aussi, au développement d'une science dont l'usage en tout cas n'est pas orienté vers une forme d'exploitation directe ; je préfère faire des mathématiques théoriques dans ce sens-là, ce qui ne m'empêche pas de prendre position politiquement et je ne veux pas m'isoler dans une tour d'ivoire en me consacrant uniquement à des problèmes théoriques...

JACQUES NIMIER : Une tour d'ivoire...

ANDRÉ JOYAL : Ah ! oui, oui, d'accord c'est ça, dans une tour d'ivoire de mathématiques, on peut s'ouvrir pour s'enfermer dans autre chose, mais il y a au moins deux choses que je voudrais rajouter.

### **Rigueur et plaisirs**

JACQUES NIMIER : Concernant la question de créativité : je crois que s'il y a du plaisir dans l'activité, il y a créativité, que la créativité ce n'est pas une question d'intelligence : on peut être très intelligent et ne pas être créateur. Il faut exercer son activité là où on a du plaisir, là où on trouve des résonances suffisamment profondes... c'est plus ou moins conscient, les rapports sont plus ou moins directs, mais c'est quelque chose qu'on sent ; on ressent une certaine satisfaction... Je crois que si je faisais certains types de mathématiques, je serais beaucoup moins créateur. Si je devais résoudre des problèmes de minimisation, de maximisation, de profit pour des corporations, des choses comme ça, alors probablement je me contenterais d'appliquer bêtement la formule. A moins d'avoir des motivations d'argent, mais je n'ai pas tellement ces motivations-là...

JACQUES NIMIER : Finalement, comment se fait-il qu'avec des goûts pour l'astronomie, la physique, etc. vous avez fait plutôt des mathématiques ?

ANDRÉ JOYAL : C'est un peu accidentel, je crois. J'ai fait des maths parce que j'étais autodidacte et aussi par réaction contre certains systèmes d'ensei-

nement. Il est plus facile de faire des mathématiques en autodidacte que de la physique ; en physique, on a besoin d'un laboratoire... J'adore la physique, je m'intéresse toujours à la physique, il m'arrive de prendre un bouquin de physique et j'ai peut être dans la tête de faire un jour assez sérieusement de la physique théorique. Donc, la physique, c'est quelque chose qui est là, qui est très près, qui est présent. Si je fais des mathématiques, c'est un peu parce que j'ai dévié de la physique, je crois.

JACQUES NIMIER : Dévié ?

ANDRÉ JOYAL : Oui, c'est une sorte de déviation, parce qu'il est plus facile... J'ai beaucoup d'intérêt pour les mathématiques, mais je ne suis pas un logicien, même si j'ai fait beaucoup de logique... C'est-à-dire que la pensée humaine m'intéresse en tant que telle, mais je crois que le monde est plus intéressant que la pensée : la pensée quand elle se tourne vers elle-même, peut facilement tourner à vide, à long terme tout au moins, à court terme non. Et les mathématiques, c'est davantage une science de la pensée que la physique et particulièrement la logique mathématique.

Mais si j'ai fait de la logique mathématique, c'était pour éclaircir, pour mieux saisir les méthodes de pensée en mathématiques, déjà la pensée qui réfléchit sur le processus de pensée. Parce qu'on peut faire la métamathématique, la métamétamathématique, on finit par tomber dans quelque chose de relativement arbitraire où les choses sont vraies par convention : c'est trop fluide là, il n'y a plus de matière, il n'y a plus de contenu, c'est beaucoup moins intéressant, les choses sont vraies par définition. Or, les mathématiques c'est pas une question de définition. Malheureusement, dans les cours maintenant, on insiste beaucoup trop sur la rigueur, sur la déduction ; il y a les axiomes, les théorèmes, il y a tout ça.

### **Les mathématiques, ça ne se fait pas comme ça.**

ANDRÉ JOYAL : Malheureusement, si c'est comme ça dans les cours, c'est parce que c'est comme ça dans les publications : on insiste beaucoup trop sur la rigueur.

La rigueur, c'est quelque chose d'essentiel, c'est important mais c'est le seul aspect de l'activité mathématique et on devrait pouvoir rendre compte de

ce qui se passe aussi sur un mode non rigoureux et qui est très important pour guider la démonstration. Il n'y a pas beaucoup de textes là-dessus, ça n'appartient pas à la culture. Il faudrait des gens pour écrire des textes où on chercherait à donner le contenu intuitif et géométrique ; il faudrait qu'il y ait des équipes, des gens payés qui travaillent là-dessus... Mais on ne subventionne pas ce genre de choses, on subventionne la recherche uniquement, alors que ça permettrait de comprendre, ça faciliterait l'accès aux mathématiques.

JACQUES NIMIER : Ce qui vous intéresse c'est de retrouver cet aspect perdu, ce qui est caché derrière.

ANDRÉ JOYAL : Oui, c'est-à-dire que c'est un aspect qui est perdu un peu à cause de la culture actuelle... C'est quand même une culture qui dure depuis assez longtemps... je ne sais pas comment, mais ça pourrait changer, ça pourrait être autrement... Les connaissances sont accessibles surtout aux spécialistes, il n'y a pas d'effort de synthèse, il n'y a pas d'effort de véritable vulgarisation. Il y a quelques efforts mais ils ne sont pas suffisants...

### **La motivation par la compétition**

ANDRÉ JOYAL : Il y a beaucoup de compétition chez les mathématiciens, pas chez tous et ils n'ont pas tous les mêmes motivations... Je pense à quelqu'un qui disait que sa façon de travailler c'était d'être en colère, d'être fâché (je vous donne un exemple extrême, ils ne sont pas tous comme ça heureusement) mais pour certains ce qui compte, c'est de vouloir détruire quelqu'un, un autre mathématicien, montrer à quel point ce type-là n'y connaît rien. Et ça va lui donner assez de motivations pour démontrer des théorèmes qui systématiquement seront meilleurs que les théorèmes de l'autre. Ce qui fait que l'autre, au bout d'un certain nombre d'années se retrouve à zéro. Or pour moi, c'est la culture qui produit ça, dans les écoles on cherche quelquefois des motivations dans la compétition, dans la notation.

En Amérique, on a beaucoup poussé ça et ça donne des résultats catastrophiques car je crois que certains jeunes vont puiser leurs motivations là-dedans. Ils veulent ainsi démontrer leur supériorité, leur intelligence.

## ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR NICOLAAS KUIPER

Nicolaas Kuiper a été Directeur de l'Institut des Hautes Études Scientifiques de 1971 à 1985 ; c'était un mathématicien hollandais.

Nicolaas Kuiper a montré dans ses recherches un goût prononcé pour la géométrie sous diverses formes. Il a également œuvré pour que l'Institut reçoive des subventions d'agences étrangères (notamment au niveau européen et américain). Il était membre de l'Académie Royale Néerlandaise des Arts et des Sciences. Il est décédé en 1994, à l'âge de 74 ans.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

### **Des mathématiciens différents**

JACQUES NIMIER : Et si l'on vous demandait : qu'est-ce que les mathématiques pour vous ?

NICOLAAS KUIPER : ça serait peut-être : comprendre de la façon la plus efficace, la plus merveilleuse possible, des théorèmes... des théorèmes intéressants. Et évidemment on pourrait se demander : pourquoi sont-ils intéressants ?

JACQUES NIMIER : Oui, et pourquoi sont-ils intéressants pour vous ?

NICOLAAS KUIPER : Oh ! pour moi... En général, il y a une différence entre les mathématiciens : il y en a qui ne s'intéressent à certains théorèmes que dans la mesure où ils les savent vrais. S'ils sont vrais, ils sont très contents, ils sont complètement satisfaits. Moi, j'ai plutôt le sentiment qu'un théorème n'est pas suffisamment vrai si on ne peut pas envelopper le théorème dans un ensemble de notions et de pensées... qui font que ce théorème est évident.

JACQUES NIMIER : Il faut que ça devienne évident pour vous ?

NICOLAAS KUIPER : Oui, j'ai vraiment besoin de l'évidence des choses... mais mon besoin est peut-être plus géométrique qu'algébrique. Il y a des gens qui, s'ils voient telle page de formules et de calculs disent : ah ! je comprends bien ; c'est dans leur forme d'intuition, ils voient très vite ce que cela veut dire. Pour moi, je préfère pouvoir comprendre, avec le minimum de notions et d'organisation, que quelque chose d'intéressant est vrai.

JACQUES NIMIER : Vous aviez dit tout à l'heure qu'il vous arrive parfois de trouver que les mathématiques ont quelque chose de merveilleux...

NICOLAAS KUIPER : Ah ! oui, merveilleux... et inattendu aussi... il arrive qu'on soit surpris que quelque chose soit d'une part simple et d'autre part vrai ! Mais cela peut être simple parce que c'est simple comme ça ou parce que cela appartient à un cadre. Par exemple ces dernières années on a trouvé des notions très utiles en de nombreuses circonstances et très efficaces, telles que les anciennes notions de groupes, de corps... Leur importance a dominé et simplifié la situation mathématique de sorte que les mathématiciens de disciplines les plus diverses peuvent utilement se rencontrer et profiter de leurs expériences même s'ils ne travaillent pas sur le même sujet.

JACQUES NIMIER : Oui, cela donne une certaine efficacité à la pensée.

NICOLAAS KUIPER : Tout mathématicien doit avoir une certaine efficacité de la pensée, autrement il n'est rien ! ça ne fait pas forcément des gens efficaces dans la vie normale !

### **La guerre mathématique**

JACQUES NIMIER : Quand vous faites des mathématiques, qu'est-ce que vous ressentez ?

NICOLAAS KUIPER : ... c'est une sorte de guerre ! parce qu'on aboutit ou on n'aboutit pas... et ça continue tout le temps.

JACQUES NIMIER : Une sorte de guerre ?

NICOLAAS KUIPER : Oui... il faut travailler beaucoup, on s'épuise ! (*rires*)  
Moi, je trouve que faire des mathématiques c'est très épuisant. On n'aboutit pas toujours à de grands résultats ; ce n'est pas possible, mais néanmoins, on peut être très fatigué... Quand j'étais professeur de lycée, j'avais observé que si je travaillais tard le soir, jusqu'à deux heures du matin, le lendemain les enfants n'étaient pas obéissants, parce que j'avais les yeux trop petits et que je ne pouvais pas les diriger assez... ! Et maintenant c'est un ennui de ma situation : il est nécessaire que je reste frais, que je puisse réagir ; je ne peux pas me permettre d'être trop fatigué et cela m'ennuie au moment où je veux vraiment faire des mathématiques...

JACQUES NIMIER : Et alors, vous sentez ça un peu comme un combat, comme une guerre ?

NICOLAAS KUIPER : Le mot guerre n'est pas tellement bon... parce que je ne suis pas combatif vis-à-vis des autres gens, je ne suis pas ambitieux non plus. Parce que j'ai eu tout ce que je voulais à ce propos, je n'ai pas à avoir d'ambition ; ce n'est pas nécessaire. Il y a heureusement beaucoup de grands mathématiciens qui n'ont pas d'ambition non plus, mais par contre il y en a d'autres qui en ont, même si ce sont pourtant de grands mathématiciens mondialement reconnus. La force en mathématique et l'ambition d'être reconnu sont des propriétés indépendantes !

### **Le bonheur apporté par les mathématiques**

NICOLAAS KUIPER : Quand on fait des mathématiques, il y a des stades divers : je me souviens d'un problème auquel j'ai réfléchi pendant quelques années : j'en parlais avec des gens, ici et là... on avait une certaine idée : ça doit être ceci... non pas possible de démontrer ceci. Bon, on continue ; après six mois, on revient. On parle de nouveau avec les mêmes gens qui s'intéressent aussi à ce problème. Alors un certain jour j'ai dit : ah ! mais ce peut être ceci. J'étais avec un ami qui a immédiatement dit et trouvé que c'était faux. Il a hésité, mais il a dit une petite chose, découvert une petite chose très importante ; et j'ai trouvé ensuite la solution, pendant un mois de "congé", source de grand bonheur.

A ce moment-là, une certaine proposition était vraie mais l'ensemble des arguments était encore laid. C'est un problème sur lequel nous avons passé quatre années ; puis nous avons fait une prépublication dans un compte rendu et ensuite, nous avons encore beaucoup travaillé pour présenter une publication bien cohérente et belle. Il faut continuer à travailler, parce que si on peut remplacer trois pages par trois lignes, cela améliore la situation et on est très heureux. Si trois pages deviennent trois lignes, c'est formidable, merveilleux et cela donne beaucoup de bonheur.

## ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR ANDRÉ LICHNEROWICZ

André Lichnerowicz (1915-1998) était un mathématicien français. Il s'est particulièrement intéressé aux applications de la géométrie différentielle à la physique mathématique, notamment en relativité générale.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités françaises.

---

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous pourriez me dire comment vous vous êtes intéressé à l'enseignement mathématique ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bien, c'est une très vieille histoire... Vous savez peut-être comment Bourbaki a commencé, bien avant moi d'ailleurs. Bourbaki a commencé parce que de jeunes Maîtres de Conférence, nommés à l'Université de Strasbourg et ayant réfléchi sur leurs recherches et leurs travaux, n'arrivaient plus à enseigner... ils considéraient qu'ils n'arrivaient pas à enseigner d'une manière cohérente ce qu'ils savaient et c'est comme cela...

JACQUES NIMIER : Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : ... que l'entreprise Bourbaki a commencé. Il s'est passé un peu la même chose ensuite au niveau secondaire, pas du tout sous l'influence de Bourbaki, mais le fait que les mathématiques réfléchissent constamment sur elles-mêmes, a modifié l'enseignement universitaire. Bourbaki étant l'un des avatars de cette histoire,... nous constatons que nos étudiants passés par la licence de mathématiques vers les années 50-55, ne pouvaient plus enseigner de la même façon que leurs ancêtres ; d'autre part l'enseignement secondaire en France et un peu partout dans le monde (en France, à cause de la rigidité des programmes) était resté pratiquement identique à lui-même, au moins dans son esprit, avec seulement de petits dépoussiérages, depuis 1902.

Cela nous a amenés à réfléchir, et avec le concours de l'Association des Professeurs de Mathématiques qui était très active, à organiser des séances de réflexion de travail, tout à fait libres ; ça a duré en gros de 55 à 65. Pendant

dix ans, l'Association de Professeurs de Mathématiques a proposé des activités à Paris et aussi en province sur l'enseignement au niveau du secondaire.

D'autre part, je suis membre de l'Union Mathématique Internationale et celle-ci a une particularité : elle comporte une Commission Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques qui recueille l'information et la fait circuler à travers tous les pays. Et j'ai été élu Président de cette Commission Internationale de 62 à 66 ; c'est une élection qui a lieu tous les quatre ans, au moment de chaque congrès. On en reste membre quatre années comme ex-Président. C'est ça la règle, ce qui fait que j'ai disposé pendant un certain nombre d'années d'une documentation ; avant d'ailleurs j'avais organisé, avec le concours de l'UNESCO, ce qui est devenu une collection et qui s'appelle "les Tendances" sur l'enseignement mathématique. Elle paraît en français, anglais, espagnol et diffuse à travers le monde les expériences et des choses de ce genre. Voilà, si vous voulez mes débuts.

### **“Quand j'étais jeune”**

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez toujours voulu être professeur de mathématiques, dès votre plus jeune âge, ou comment cela s'est-il passé ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Quand j'étais jeune...

JACQUES NIMIER : Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : ... je voulais, entre guillemets, "faire des mathématiques". Seulement, faire des mathématiques comporte aussi leur enseignement, mais personne ne sait d'abord avant d'en avoir fait - avant d'avoir créé - s'il est capable d'en faire, d'en créer.

JACQUES NIMIER : Mais vous vouliez quand même faire des mathématiques avant tout ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Avant tout... oui... oui...

JACQUES NIMIER : Dès quel âge ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oh...dès la seconde...

JACQUES NIMIER : Dès la seconde. Et vous étiez bon... ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Les mathématiques déjà, c'était ma vocation mais aussi des mathématiques en rapport avec le réel. C'est ce qui m'a fait me retrouver professeur de physique mathématique...

JACQUES NIMIER : ... Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : ... de mathématiques pures, mais aussi dans leur contact avec le réel. J'étais bon en mathématiques, oui. J'ai, toute ma vie, eu le prix de mathématiques de la quatrième à la taupe.

## **La famille**

JACQUES NIMIER : Autrement dit, le problème de votre orientation ne s'est pas posé, par exemple après le bac ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Non, si vous voulez, j'ai vécu un temps privilégié qui s'appelait l'égalité scientifique, ce qui permettait, avec une lourde hérédité... un père agrégé de lettres et une mère agrégée de mathématiques, de pouvoir faire du latin et du grec et des mathématiques en même temps, ce qui n'était pas un cas rare. Dans ma promotion, à l'École Normale, la moitié d'entre nous sortait de ce qu'on appelait la section A, qui était latin-grec et comportait les mêmes sciences que les autres.

JACQUES NIMIER : Votre père était professeur de lettres et votre mère professeur de maths... et vous discutiez souvent de mathématiques avec votre mère ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, oui, enfin... ma mère m'a donné... mais mon père aussi, mon père quoique agrégé de lettres, avait fait pour son plaisir le certificat de mathématiques générales au moment où il avait été créé. Si vous voulez, j'étais dans une famille qui considérait que la culture générale était vraiment générale et ne comportait pas seulement, aussi bien pour mon père, les Anciens mais aussi le Présent, les mathématiques et la physique

également.

JACQUES NIMIER : Vous vous souvenez....

ANDRÉ LICHNEROWICZ : J'ai été très privilégié de ce point de vue...

JACQUES NIMIER : Vous vous souvenez de discussions avec votre mère au sujet de mathématiques ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Je dirai avec mon père et ma mère, cela se passait à table.

JACQUES NIMIER : Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : On regardait ce qui se passait... (*silence*)

### **Qu'est-ce que les mathématiques ?**

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que les mathématiques pour vous ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : ... c'est très compliqué. Les mathématiques... c'est une science hors de la science, c'est une science qui participe à l'art, donc qui peut donner des satisfactions aussi bien esthétiques qu'intellectuelles...

JACQUES NIMIER : esthétiques.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Il y a une esthétique des mathématiques. Je dis parfois que les mathématiques sont l'art le plus abstrait qui soit... on sait bien que les mathématiques emploient des termes, font de belles démonstrations, ont une forme d'élégance et ça correspond à la culture d'une certaine sensibilité intellectuelle qui n'est pas tellement différente de la sensibilité, mettons, musicale. Dans quelques familles, la famille Cartan par exemple, tous les enfants étaient à la fois musiciens et/ou mathématiciens... et mathématiciens et musiciens pour beaucoup.

JACQUES NIMIER : Vous, vous étiez musicien aussi ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Non, très peu ; je m'intéresse beaucoup à la musique, mais je ne l'ai jamais pratiquée, car j'ai eu des difficultés... Bon... J'ai été un bon scolaire ; peut-être parce que ma santé faisait que je manquais l'école deux à trois mois chaque année. J'avais une très mauvaise santé... et ce qui était très agréable à certains points de vue., m'a permis de prendre l'habitude de travailler et de réfléchir seul, avec l'entourage de mes parents bien entendu... L'une de ces maladies a été une scarlatine très sévère qui m'a rendu complètement sourd pendant quelques années, deux ou trois ans ; je suis resté complètement sourd d'une oreille, ce qui ne représente pas les meilleures conditions pour faire de la musique.

### **Le plaisir de se cogner**

JACQUES NIMIER : Et vous voyez une relation entre les mathématiques et cette période de votre enfance, cette façon de travailler seul...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Peut-être... non ; la vérité c'est que les mathématiques m'ont toujours apporté une joie d'honnêteté intellectuelle. Lorsque vous avez une activité proprement littéraire, vous vous auto-évaluez très mal et ceci pour l'enfant est proprement déplaisant. Ce que je trouvais extrêmement agréable en mathématiques, c'était que je me cognais durement ; l'art de faire des mathématiques, aussi bien comme écolier que comme mathématicien, consiste souvent à "sécher" la moitié du temps. Quand on se cogne, on se cogne, mais quand on a vu une difficulté, triomphé d'elle, eh bien on est sûr d'y être arrivé. il y a une certaine objectivité.

Avec l'âge, j'ai appris que ce n'était pas seulement cette objectivité qui était importante, il y a à l'intérieur des mathématiques... un jugement de valeur qui vous dit si certaines mathématiques sont belles et fécondes, ont une valeur... mais, de toutes façons, elles sont ou elles ne sont pas?... Ce qui est beaucoup plus difficile pour d'autres activités intellectuelles.

JACQUES NIMIER : Il y avait un certain plaisir, autrement dit, à se cogner contre quelque chose.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : C'était un très grand plaisir de se cogner.

## La sécurité apportée par les mathématiques

JACQUES NIMIER : Pourquoi ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Pourquoi... parce que vous ne vous battez pas avec des fantômes... Vous vous battez avec votre esprit fonctionnant dans les réalités et quand les choses ne vont pas, vous vous en apercevez durement. Ce qui est un motif de sécurité et non pas d'insécurité.

JACQUES NIMIER : Se battre avec son esprit, autrement dit.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Se battre avec son esprit, dans la mesure où votre esprit est l'esprit de tout le monde. Le fait que votre esprit ait vocation universelle est probablement très sécurisant.

JACQUES NIMIER : Pourquoi ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Pourquoi?... (*silence*)... Parce que vous n'êtes pas victime de mythes ou de fantasmes... que vous savez mal apprécier. Ce sont les mathématiques qui ont d'ailleurs donné à l'humanité la notion même de probité intellectuelle.

## Les mathématiques, un discours contraignant

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que vous mettez sous ces mots de probité intellectuelle ? Ils paraissent important pour vous.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ne jamais être dupe de soi-même ou des autres... (*silence*)... Les mathématiques, si on les reprend à leur origine sont nées en même temps que la philosophie, s'en sont différenciées, car elles ont cherché à établir... un type de discours cohérent, contraignant pour l'autre et sans bruit de fond, sans quiproquos ni malentendus.

Ce type de discours, nous avons appris laborieusement qu'il ne peut porter que sur un certain nombre de choses et en particulier qu'il met entre parenthèses l'être des choses qui reste toujours (à un dictionnaire parfait près) mais il représente joint au discours naturel, un des deux pôles, le pôle dans

lequel nous pouvons toujours nous entendre...

Je ne veux pas du tout dire que le discours naturel qui est l'autre pôle et qui en fait est le discours poétique, n'a pas de valeur, au contraire.

JACQUES NIMIER : Vous dites, contraignant pour l'autre, comment ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Parce qu'il est capable, par sa forme, d'interdire le refus de son contenu. Vous pouvez refuser de vous intéresser à ces choses, mais à partir du moment où vous vous y intéressez, vous ne pouvez pas refuser ce type de discours. Ce n'est pas un discours de vérité absolue, du tout, c'est un discours dans lequel il y a essentiellement une cohérence propre et à partir du moment où vous avez admis les prémices, nous serons toujours d'accord.

### **Le côté sérieux et le côté jeu des mathématiques**

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous vous êtes déjà demandé d'où venait votre intérêt pour les maths ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Probablement parce qu'elles portent témoignage sur l'un des modes de fonctionnement de notre esprit... un témoignage extraordinaire...

JACQUES NIMIER : Et dès que vous étiez jeune, vous avez eu l'impression que c'était ça...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ça et leur côté ludique, leur activité de jeu.

JACQUES NIMIER : Du...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ce mélange assez étonnant que font, dans les mathématiques, le sérieux et le jeu...

JACQUES NIMIER : Oui, vous pourriez développer un peu ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bon, le sérieux, nous l'avons développé. Les mathématiques quand on les pratique, même comme enfant, à propos de problèmes ouverts et de situations ouvertes, représentent un jeu dont les combinaisons et l'aspect imaginaire sont probablement beaucoup plus riches que les échecs, par exemple. Et ça, on sait que les enfants sont très tôt sensibles, pour certains d'entre eux, aux échecs ; ils peuvent l'être au même sens, aux mathématiques, au jeu mathématique.

JACQUES NIMIER : Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Deuxièmement, il y a une manière de passer les connaissances qu'on vous donne, au crible des mathématiques, au crible d'un esprit formé par les mathématiques et de savoir ainsi quel degré de sérieux on peut leur donner ou quel degré d'image elles ont, pour savoir si ce qu'on vous donne est une analogie ou la cohérence d'un modèle mathématique... (*silence*)...

**Imaginaire, fantasmes, mythes, analogie et cohérence, modèle, faits, réalité.**

ANDRÉ LICHNEROWICZ : De temps en temps, c'est assez utile...

JACQUES NIMIER : De ne pas en rester aux analogies ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui... si on considère tous les discours économiques qu'on entend... tout mathématicien vous dira... qu'il y a les faits économiques, d'une part, encore qu'il faille les analyser, et d'autre part, le discours qui est tenu autour, qui est un discours plus ou moins théorique à des niveaux variés.

JACQUES NIMIER : Vous opposez beaucoup ce qui serait de l'ordre de l'analogie ou ce qui est de l'ordre du fantasme, à ce qui est de l'ordre du modèle.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Non, je veux savoir... Si...

JACQUES NIMIER : Si c'est l'un ou l'autre.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ce qui est. Nous avons tous besoin pour l'imagination et même pour la création mathématique, de fonctionner en fantasmes, d'utiliser cela, nous en avons tous besoin.

JACQUES NIMIER : Même en mathématiques.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Même en mathématiques. L'activité mathématique si je la décrivais, serait très différente, mais je vais peut-être la décrire tout à l'heure, serait différente de celle qui est communément décrite. Nous en avons tous besoin ; mais ne pas confondre modèle et réalité, encore moins fantasme et modèle - et fantasme et réalité. Savoir l'ordre des choses de ce point de vue, cela, c'est fort important... ce n'est pas toujours facile.

JACQUES NIMIER : Oui, vous disiez...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bien souvent ce qu'on nomme les idées reçues sont des idées mythiques.

### **L'activité mathématique**

JACQUES NIMIER : Oui, vous disiez, l'activité mathématique, pour vous ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : L'activité mathématique pour moi, enfin, pour n'importe quel chercheur mathématique est d'une espèce assez différente : vous vous posez une question, vous vous préoccupez d'un problème... Vous commencez par travailler un peu de manière apparente à une table avec un bout de papier, pas très longtemps - bon... le but en fait, le plus souvent le problème, est un prétexte - le but est de faire à ce propos une méthode ou de créer des êtres mathématiques... qui, dans le réseau de la connaissance mathématique, irradient. Pendant très longtemps ensuite, apparemment vous ne travaillez pas, mais vous travaillez tout le temps. C'est-à-dire, vous finissez laborieusement par arriver à une espèce d'état de transe qui dure trois semaines, un mois, où vous pensez pratiquement tout le temps à la même question et votre manière de penser n'est pas du tout la manière logique... qui ne viendra qu'après.

Vous avez acquis une espèce de domaine, un univers mathématique, une

espèce d'appréhension directe et vous jouez avec cela, indéfiniment... en marchant, là, sur la plate-forme d'un autobus, etc. la plate-forme d'autobus est présente chez Poincaré, chez Hadamard, etc. et c'est ça la partie qui dure le plus longtemps. Et puis, à un moment donné quelque chose s'enclenche, vous avez l'impression avant toute démonstration, d'avoir fait un progrès essentiel et à ce moment-là vous retournez à votre table de travail, vous vérifiez et finalement, vous exposez les choses en les soumettant à l'ascèse logique. Mais ce n'est pas du tout l'essentiel du travail - l'essentiel du travail en temps et en qualité s'est passé entre les deux et généralement même sans écrire.

JACQUES NIMIER : Vous avez comparé ça à un état de transe.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, vous arrivez à un état d'obsession laborieuse... vous avez le plus grand mal à vous défaire de ce sujet. Vous ne vous en défaites que par la fatigue et au bout d'un mois de travail, quatorze heures par jour... Mais vous voyez que ce genre de travail est assez différent de celui qu'on imagine.

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qui se passe dans cette période ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : ... un filtre... un essai d'abord de beaucoup de combinaisons possibles. Très rapidement, grâce à une certaine sensibilité mathématique cultivée, une élimination, quelquefois à tort d'ailleurs, de certaines choses... Mais essentiellement, c'est étudier très rapidement, apparemment, superficiellement, du point de vue mathématique, mais en fait assez profondément, une multitude de combinaisons d'idées aux êtres...

### **L'aspect fantasmatique dans les mathématiques**

JACQUES NIMIER : Vous disiez tout à l'heure, qu'à cette période-là il peut y avoir un aspect fantasmatique...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Il y a toujours un aspect fantasmatique.

JACQUES NIMIER : Comment voyez-vous cela ? Vous avez des choses qui permettent de le dire...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bon. Tout dépend de ce qu'on appelle fantasme. Le fantasme du mathématicien n'est pas forcément un fantasme extrêmement charnel. Il peut se présenter à différents niveaux. Mais c'est un aspect franchement fantasmatique, en ce sens que vous n'êtes assuré de rien, vous ne vérifiez rien... A cette époque, vous ne vous cognez pas vraiment. Vous avez localisé, au point de départ, un certain nombre de difficultés fondamentales et puis c'est tout. Et après, vous essayez, au contraire, d'enlever le plus possible de censures.

JACQUES NIMIER : Vous reliez l'absence de censures, le fait qu'on n'est sûr de rien.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ou d'essayer de rêver de mathématiques.

JACQUES NIMIER : De rêver de mathématiques...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : De rêver de mathématiques, mais ce sont des mathématiques rêvées, c'est-à-dire, ce ne sont pas des mathématiques.

JACQUES NIMIER : Oui.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : C'est une activité fondamentale dans l'activité mathématique elle-même.

JACQUES NIMIER : Et peut-être dans l'activité de découverte ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Dans toute activité de découverte.

JACQUES NIMIER : Vous avez des souvenirs de ces périodes-là ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui... si... on en a... quand on travaille, on en a une ou deux chaque année, au moins.

JACQUES NIMIER : Vous pouvez en raconter une ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ce ne sera pas très concret... (*silence*)... Non, je crois que c'est difficile à raconter autrement qu'extérieurement... Si vous voulez l'expérience, qui consiste à faire des poèmes est probablement du même

type ; il est difficile de la raconter autrement qu'en la pratiquant, ce n'est pas du domaine du réussi.

JACQUES NIMIER : Vous dites que tout part d'une question qu'on se pose.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui. Souvent, je fais la liste, à un moment donné, des trois ou quatre questions... (pour ne pas oublier les questions importantes... on peut oublier les questions importantes parce que comme on est parti dans une toute autre voie... je retrouve des listes, un an ou deux ans après, des listes courtes de quatre ou cinq questions)... qui vous ont semblé importantes dans un certain contexte intellectuel et le mouvement même, en travaillant une autre question, vous entraîne loin de là. Je ne sais pas si c'est très clair ce que je vous raconte ?

### **La création mathématique**

JACQUES NIMIER : Ces questions que l'on se pose, comment est-ce qu'elles viennent ; pourquoi est-ce qu'elles viennent à vous plutôt qu'à quelqu'un d'autre ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bon. Il y a des questions qui viennent simultanément à un certain nombre de membres de la communauté mathématique, qui sont des questions naturelles et importantes ; d'autre part, vous avez des questions qui vous viennent, parce que, justement, vous avez créé récemment, des choses qui marchent bien, mais qui vous laissent insatisfait sur un point.

Et c'est cette insatisfaction même, due à votre travail, qui vous entraîne plus loin. En ce moment, je travaille particulièrement à des processus de déformation de lois algébriques qui sont liées à la géométrie, mais qui donnent un nouveau mode d'interprétation, d'approche, disons, de la mécanique quantique.

Il y a à peu près cinq ans que, seul, ou avec des collègues nous travaillons sur ce problème ; il y a des choses... nous avons fait de gros progrès ces dernières années... C'est un petit groupe de dix personnes dans lequel nous avons un ami belge, deux amis russes, trois amis américains et quatre amis français qui se posent des questions. Il y a des constantes de temps et ça intéresse un

certain nombre de gens. Mais dans une communauté plus large, ces mêmes questions les gens se les poseraient avec un certain décalage de temps.

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez un souvenir qui vous a marqué en mathématiques, un bon souvenir...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Comme vous savez, les meilleurs souvenirs...

JACQUES NIMIER : Oui, les meilleurs...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Les meilleurs souvenirs que j'ai, il y en trois ou quatre...

JACQUES NIMIER : En mathématiques.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : En mathématiques. Ce sont des choses qu'on a cherchées très longtemps, pour lesquelles on s'est découragé et qui brusquement, viennent mais viennent quelquefois cinq ou six ans après - quand vous avez eu à l'arrière plan de votre cerveau des questions pendant six ans, sept ans et que finalement, vous avez une réponse totalement satisfaisante souvent instantanément...

JACQUES NIMIER : Souvent instantanément...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, il faut la vérifier ; mais enfin vous vous dites, brusquement, c'est comme cela que ça va marcher, pour deux ou trois des choses auxquelles je pense, c'est probablement les meilleurs souvenirs.

### **Un souvenir de création**

ANDRÉ LICHNEROWICZ : L'une d'entre elles était une question sur laquelle j'ai commencé à réfléchir très jeune, c'était en 39... avec l'occupation allemande, on a eu peu de communications scientifiques ; je me suis aperçu que si l'on voulait que la relativité fonctionne bien, il y avait une question fondamentale qui se posait ; or en 44, pendant l'occupation, Einstein qui était à Princeton et Pauli qui était auprès de lui, avaient publié un papier sur la même question... donnant des résultats - différents du mien - ce n'était même

pas comparable - c'était sous deux hypothèses différentes, la même conclusion et ça ne nous satisfaisait pas... J'ai correspondu avec Pauli et Einstein à ce moment-là. Ni ce que j'avais fait avant, ni ce qu'ils avaient fait ne nous satisfaisaient tous les trois.

Et, en 45, par un hiver assez froid, avec peu de moyens de chauffage (j'étais professeur à Strasbourg à ce moment-là) brusquement, un dimanche, je me suis dit : "Bien, cela va marcher comme cela". Et j'ai vérifié. Et en deux heures, un problème qui m'avait préoccupé et qui avait préoccupé de beaucoup plus grands esprits que moi depuis 39 a été résolu, et ça c'était une complète satisfaction...

Voilà, si vous voulez, mon premier-bon-grand souvenir.

### **La "joie en mathématique"**

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qu'on ressent à ce moment-là ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Ah bien... Un sentiment... Nous sommes des gens un peu masochistes, un sentiment de grande joie et de grande exaltation pendant 48 heures, alors qu'on a travaillé sept ans pour cela. Au bout de quarante-huit heures, on se dit : je ne suis pas là pour cultiver des trucs - bon - ça c'est réglé ; faisons autre chose.

JACQUES NIMIER : La joie est courte alors.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Très courte - intense et courte - car le mathématicien que je suis n'est pas là pour la contemplation de bonnes vérités acquises, mais pour essayer d'obtenir... C'est ça la joie des choses nouvelles. Je pense qu'il doit en être de même pour un joueur d'échecs, car une fois conçue, une combinaison est une chose extraordinaire... eh bien, il aura une joie courte et intense.

JACQUES NIMIER : Il faut toujours chercher autre chose... (*silence*) .

## Découverte ou création en mathématique

JACQUES NIMIER : Et vous pensez que le plaisir mathématique c'est le même plaisir que partout ailleurs ; ou est-ce qu'il a quelque chose qui lui est propre ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, non, il n'est pas du tout identique, mais ce plaisir tient à ce que, en apparence, tout au moins, toute création mathématique semble être une découverte ; tout mathématicien se défend, mais a tendance à être platonicien, en ce sens qu'il a tendance à croire qu'il a découvert quelque chose de préexistant à lui ; or, je ne veux pas rentrer dans cette discussion philosophique, mais c'est une découverte, alors que bien souvent c'est une création, mais il a le sentiment d'une découverte.

JACQUES NIMIER : Il y a plus de plaisir à une découverte qu'à une création ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, de nouveau, on a l'impression qu'on a exploré quelque chose de plus objectif, de plus extérieur à soi. Si vous voulez, quand on fait du travail mathématique, on a quelquefois les deux impressions ; mais quelquefois on a l'impression - bon - d'avoir créé de bons instruments et que c'est bien comme cela ; d'autres fois, au contraire, lorsque relativement, apparemment, miraculeusement on a des hypothèses simples, on a des conclusions simples et souvent une démonstration horriblement difficile, on se dit qu'on a vraiment découvert quelque chose. Nous utilisons quelquefois cette expression : "Dieu est dans son ciel". Ca, c'est une forme imagée pour traduire un platonisme expérimental.

JACQUES NIMIER : Et ce n'est pas satisfaisant entièrement à ce moment-là ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Si, c'est une autre forme de satisfaction.

JACQUES NIMIER : Une autre forme de satisfaction ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : C'est pas la même... Personnellement, je la préfère, moi.

JACQUES NIMIER : Vous la préférez ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Je préfère avoir l'impression d'avoir trouvé quelque chose qui était préexistant et extérieur, que d'avoir bien joué un jeu absurde.

**Ne pas être dans “l'illusion” mais en contact avec “l'extérieur”**

JACQUES NIMIER : Oui, on a l'impression que c'est important pour vous, ce fait d'objectivité, comme vous avez dit. De vous cogner, de... que ça compte beaucoup pour vous.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, parce que vous ne pouvez vous faire aucune illusion sur vous-même ; quand vous vous cognez, vous vous cognez durement, y a pas de moyen rhétorique de s'en sortir. Je trouve que c'est beaucoup plus sain, je m'intéresse beaucoup à la philosophie, mais j'aurais été très malheureux d'être philosophe.

JACQUES NIMIER : Pourquoi ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Parce que justement... on ne se cogne pas, ou la manière dont on se cogne est beaucoup plus douce...

JACQUES NIMIER : Vous préférez vous cogner durement ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Bien sûr... (*silence*)...

JACQUES NIMIER : Ca rejoint le masochisme dont vous parliez tout à l'heure ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui,... je préfère me cogner durement ; le philosophe se cogne, c'est comme une société... simplement son auto-évaluation est beaucoup plus difficile...

JACQUES NIMIER : Ce qui est important...

ANDRÉ LICHNEROWICZ : C'est de ne pas vous faire illusion sur vous-même et sur les autres. Il est difficile... il est difficile d'être un très bon mathématicien et d'être paranoïaque en même temps... (*long silence*)...  
Je pense à quelque chose qui vous amusera peut-être : je n'ai jamais rencon-

tré que deux catégories de personnes qui, pour des textes administratifs ou autres essaient de les lire et de les comprendre... et de voir en profondeur ce qu'ils veulent dire, c'est des juristes et des mathématiciens. Le mathématicien est, finalement, un homme habitué à déchiffrer un texte... de par sa formation... (*silence*)...

JACQUES NIMIER : Ne pas se laisser abuser par les mots.

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui..... (*long silence*)... mais si j'avais... si j'avais dix autres vies, j'en reprendrais trois ou quatre pour être mathématicien... car c'est vraiment... une vie, au total, très riche... le musicien compositeur, l'écrivain, etc. ne se rendent pas compte qu'un certain nombre d'expériences sont très proches des leurs... peut-être une de nos joies est de nous rendre mieux compte de certaines formes de l'unité de l'activité intellectuelle.

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous rapprochez ça de l'idée de cohérence dont vous parliez tout à l'heure ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui... certainement cohérence de la pensée dans ses fonctionnements.

JACQUES NIMIER : Et ça, ça vous paraît fondamental.

### **L'impérialisme des disciplines**

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui... si vous voulez, à un moment donné, toutes les disciplines se font un peu impérialistes...

C'est pas malsain pour les autres disciplines, c'est généralement malsain pour la discipline elle-même qui se fait impérialiste ; nous avons vu la physique, nous avons vu la sociologie (nous voyons la biologie en ce moment) se faire totalement impérialistes. Les mathématiques l'ont été... le sont toujours un peu, de manière peut-être plus subtile... Il n'est pas du tout absurde de dire qu'au début est l'activité de l'esprit, ou qu'au début est la société ou qu'au début est la vie, etc. ce n'est pas du tout absurde... mais c'est une manière intéressante de voir que chaque champ de phénomènes donne un coup de phare sur les autres, mais... tout ça, ce sont des jeux assez vagues vis-à-vis de

l'unité de la Science... Imaginons le dialogue symbolique entre un mathématicien et un biologiste : le biologiste dirait : “vous êtes d’abord un être vivant” et le mathématicien répondrait à peu près automatiquement “qu’entendez-vous au juste par un être vivant” ? Et à ce moment-là, il essaiera de le faire rentrer dans son discours contraignant etc.

Et c’est vrai que ce n’est pas évident ; à la limite, nous sommes actuellement incapables de définir la limite de ce qu’on appellera un être vivant et un être non vivant, ce qui est très grave pour un mathématicien...

Bon, d’autre part, certains types de discours de la psychologie et de la sociologie, nous savons qu’ils ne peuvent pas, par leur forme, être cohérents et contraignants pour l’autre... (*silence*)...

Les mathématiques sont, à travers la Science, une espèce de... grille horizontale, indépendante des champs de phénomènes et qui prêtent leur mode d’interprétation théorique à tous les champs de phénomènes... très souvent, les mêmes mathématiques jouent dans des champs de phénomènes profondément différents : c’est pour ça que je dis quelquefois que c’est une science hors la Science.

JACQUES NIMIER : Par sa cohérence et sa contrainte ? Les deux choses vont ensemble ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Les deux choses vont ensemble. L’auto-contrainte, c’est une espèce d’ascèse, l’esprit apprend à prendre une certaine forme ascétique, au moins à certains moments, pour acquérir un certain niveau.

JACQUES NIMIER : Et vous rapprochez ça de l’ascèse ?

ANDRÉ LICHNEROWICZ : Oui, je rapproche ça de l’ascèse... une forme d’ascèse intellectuelle... c’est à ça qu’on joue... (*silence*)...

ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR BERNARD MALGRANGE,  
MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Bernard Malgrange a été professeur aux universités de Strasbourg, Orsay et Grenoble.

Son théorème de préparation, démontré à la demande de René Thom, est un résultat essentiel pour le théorème classifiant les catastrophes élémentaires de Thom.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

**Le départ**

JACQUES NIMIER : Pouvez-vous me dire comment vous êtes devenu professeur de mathématiques ?

BERNARD MALGRANGE : Quand j'étais au lycée, j'étais ce qu'on appelle un bon élève et en particulier en mathématiques.

JACQUES NIMIER : Dès le plus jeune âge ?

BERNARD MALGRANGE : Non, non, ..., non, ... durant l'école primaire j'étais bon en calcul, ça m'amusait, puis j'ai eu un trou vers la sixième, cinquième, et c'est reparti à partir du moment où on a commencé vraiment à faire des mathématiques, des démonstrations, etc. c'est-à-dire à partir du moment où il y a eu une règle du jeu.

JACQUES NIMIER : En quatrième ?

BERNARD MALGRANGE : C'est ça, en quatrième, c'est ça, à partir du moment où...

JACQUES NIMIER : ... il y a une règle du jeu...

BERNARD MALGRANGE : ... où il y a eu un peu cette règle du jeu, déjà à la fin de la cinquième, parce que c'était une époque où on commençait déjà un petit peu, si, je me rappelle bien, oui, c'est essentiellement en quatrième..., je sais pas très bien pourquoi... A ce moment-là, c'était pendant la guerre, dans un petit collège de province et on était très peu d'élèves. Par rapport à la classe, j'étais pas terriblement brillant et il y avait une fille dans ma classe qui était très forte en compétition.

### **Le choix entre les mathématiques et la physique**

BERNARD MALGRANGE : Puis, mon père a été prisonnier ; on est revenu, on est rentré à Paris et, en arrivant dans un grand lycée parisien, avec stupefaction, je me suis trouvé de loin premier de la classe,... (*rires*) ; puis, bon, j'ai trouvé que j'étais l'élève qui marchait bien et qui était très... très brillant en maths : nettement, sans aucun problème, au dessus du reste de la classe.

Bon, alors je ne savais pas trop quoi faire, après la math élem, j'ai fait une math sup, oh ! comme ça parce que ça marchait bien, en me disant que je ne savais pas trop ce que je voulais faire. Mon père m'a dit : "bon, fais donc l'X, tu verras bien si ça marche". Puis mon professeur d'hypotaube m'a dit : "vous, vous devriez faire Normale" ; parce que j'ai constaté à ce moment-là que mon avance par rapport à mes camarades s'était encore accentuée, et cela, au fur et à mesure où ce n'était plus vraiment des mathématiques, ça marchait de mieux en mieux, si vous voulez.

Bon, j'ai eu de la chance de ce point de vue-là, et ça s'est fait comme ça, par rétrécissement successif du choix, sans que j'ai fait vraiment de... choix.

Puis, une fois à Normale, j'ai hésité toute la première année entre les maths et la physique ; a priori, j'avais plutôt envie de faire de la physique parce que c'est plus concret. Toujours la même chose, c'est ce qu'on m'a dit et il y a quand même une part de vrai. J'ai été très, très maladroit, je m'en souviens, je cassais le matériel en manip. Alors, j'aurais pu faire de la physique théorique, mais, à l'époque, il faut dire que les professeurs de maths étaient très supérieurs à ceux qu'on avait en physique et qu'il n'y avait pratiquement pas de physique théorique à l'époque, et on était dans une très grande époque des mathématiques en France. C'était vraiment la période où la France dominait

complètement les mathématiques, c'était vers le... début des années 50.

Alors, inutile de vous dire que naturellement une fois entré à l'École Normale, les choses se sont passées autrement, je me suis trouvé avec des gens qui étaient à mon niveau et même certains nettement meilleurs, ce n'était plus la situation du lycée... Bon, ça s'est trouvé comme ça. Ensuite j'ai été au C.N.R.S., j'ai fait ma thèse et puis j'ai eu un poste de maître de conférences. Donc, ce n'était pas une vocation au départ.

### **Les cas d'égalité des triangles**

JACQUES NIMIER : Vous m'avez dit tout à l'heure que, votre réussite, vous la datiez du moment où il y a une règle du jeu.

BERNARD MALGRANGE : D'une certaine manière oui. Je me rappelle très bien ; vous vous rappelez ce vieil enseignement de la géométrie où on commençait par faire les cas d'égalité des triangles avec des calques, et puis ensuite on s'en servait comme axiomes... J'ai un souvenir très précis. Je n'ai pas toujours des souvenirs très précis mais, là, j'ai un souvenir très précis : c'était la fin de la cinquième. A l'époque, on commençait assez tôt, enfin c'était juste un petit débrouillage ; et alors on nous avait donc fait ça avec les vieux bouquins que vous trouverez de cette époque-là, les cas d'égalité des triangles avec calque, etc. Et puis on nous avait donné après un problème, alors moi j'ai fait le problème par la même méthode, c'est-à-dire : je prends un calque, je fais ci, je fais ça, je vois bien ce qu'exactlyment j'ai fait, j'ai répété le discours qu'on avait fait pour les cas d'égalité des triangles et mon prof m'a expliqué que c'est pas du tout ça qu'il fallait faire, que maintenant on avait les cas d'égalité des triangles et il fallait les appliquer et... démontrer..., bon, je ne sais pas pourquoi.

Cette règle du jeu était absurde en réalité, mais je l'ai acceptée, ça m'a amusé ; comme pour n'importe quel jeu, comme j'aurais joué aux échecs, n'est-ce pas, et puis, bon, ça marchait bien. Je comprends d'ailleurs que pour la plupart des élèves c'était complètement absurde, mais moi je ne sais pas pourquoi ça m'avait amusé et alors cette faute au premier problème ça m'avait suffisamment frappé pour que la règle soit tout de suite acquise.

JACQUES NIMIER : C'était la faute qui vous avait permis d'acquiescer la règle.

BERNARD MALGRANGE : Ah oui! absolument... absolument... ça il n'y a pas de doute, enfin j'en suis absolument convaincu. C'est une faute excusable, n'est-ce pas, je n'avais fait que répéter le discours qu'on m'avait fait avant, je n'avais pas compris qu'il fallait passer à autre chose

### **Les mathématiques, un refuge, une distraction ou un travail sérieux ?**

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que les mathématiques pour vous ?

BERNARD MALGRANGE : Ah! qu'est-ce que c'est ? Ah! alors... c'est assez difficile de demander à un chercheur qui passe toute sa journée à en faire, si c'est une petite activité au milieu d'autres. C'est facile de vous dire c'est une distraction, c'est un refuge, c'est ceci, c'est cela ; mais quand finalement c'est l'activité principale, alors c'est beaucoup de choses très contradictoires forcément, il y a des moments où c'est une distraction, par rapport à d'autres travaux. Dans l'Université, il y a souvent beaucoup de tâches administratives un peu embêtantes, etc. , alors, à ce moment-là, les mathématiques cela apparaît comme une récréation, cela apparaît comme une mise en vacances et, c'est assez étrange, j'ai toujours trouvé étrange que j'ai le sentiment de me mettre en vacances à partir du moment où je faisais le travail, qui était mon travail essentiel, et une chose qui me frappe aussi chez certains collègues, des collègues qui n'hésitent jamais à venir me déranger pour un petit travail administratif, ils n'osent pas venir poser une question de mathématiques alors que moi je leur dis toujours qu'ils me dérangent s'ils viennent me parler d'administration et qu'ils ne me dérangent pas quand ils viennent me parler de maths ; mais c'est vrai qu'il y a quelque chose d'un peu bizarre quelquefois comme ça.

Alors, de ce point de vue-là, cela apparaît comme un refuge, quand on ne se sent pas très bien dans sa peau, quand on a des problèmes difficiles, cela a un aspect de jeu évidemment aussi, mais j'ai aussi la conviction que c'est un travail, que c'est une activité scientifique sérieuse, ce qui n'est pas la conviction de tout le monde, mais, moi, j'ai parfaitement cette conviction que, même si ça ne fonctionne pas directement comme les sciences expérimentales sur un

terrain concret, ça le fait quand même de façon indirecte par l'intermédiaire d'un certain nombre d'autres sciences physiques ou bien d'autres, et que par conséquent c'est une activité parfaitement sérieuse, alors c'est peut-être simplement une manière de se donner bonne conscience, mais je ne le crois pas, je crois que cela l'est effectivement. Alors bon, c'est peut-être un peu tout cela à la fois.

JACQUES NIMIER : Et l'enseignement ?

BERNARD MALGRANGE : L'enseignement j'aime bien... j'aime bien faire des cours,... encore que, les cours,... le contact... ? Il faut dire que dans l'enseignement supérieur, un professeur n'a pas beaucoup de contacts avec les élèves, donc c'est un petit peu un jeu d'expression, un jeu d'activité d'acteur, je dois faire un numéro devant un amphithéâtre de deux cents, trois cents, quatre cents et voir jusqu'à combien on élimine le bruit de fond.

Avant 68, moi, j'éliminais jusqu'à trois cents, mais pas quatre cents (*rires*). Il y a peu de contacts personnels... c'est une chose qui est un peu désagréable ; on n'en a que dans les cours supérieurs et puis un autre aspect qui est un peu désagréable, c'est que c'est quand même des choses très élémentaires que l'on fait dans ces cours, donc c'est un amusement un peu intéressant par moments, mais il y a des moments où on a envie de s'accrocher à des choses plus difficiles. Et, si vous voulez, je ne parle pas de l'enseignement, mais je parle de tous les à côtés, bon, les corrections d'examens, les réunions, les commissions,... les discussions,... pour choisir un nouveau collègue, pour organiser des nouveaux enseignements, tout ça, toute cette machine qui est un peu pesante et qu'il faut faire, qui prend au fond l'allure de l'aspect sérieux du travail et, alors quand on peut s'en débarrasser, on se sent un petit peu coupable et on se sent en même temps en récréation de faire des mathématiques.

JACQUES NIMIER : Vous avez dit tout à l'heure aussi que les mathématiques peuvent être un refuge, dans quel sens ?

BERNARD MALGRANGE : Oh ! bien, comme n'importe quelle activité, quand on a des problèmes par ailleurs, pour éviter d'y penser, pour se donner une activité, ça je pense que c'est le cas pour toutes sortes d'activités.

JACQUES NIMIER : Une occupation d'esprit, quoi ?

BERNARD MALGRANGE : Une occupation d'esprit, c'est d'autant meilleur de ce point de vue, je pense, qu'elle demande une très, très forte concentration, donc, quand on est accroché à une recherche, si elle avance un petit peu, il est évident qu'on arrive à effacer complètement ;... enfin, je ne sais pas si tout le monde est comme ça, moi, je ne peux pas travailler très longtemps, ni beaucoup, mais j'ai besoin d'une très, très forte concentration, mais quand j'y arrive, je fonctionne très vite et alors en effaçant complètement le reste, ce qui fait que c'est un très bon refuge de ce point de vue.

JACQUES NIMIER : Effacer le reste, vous voulez dire ?

BERNARD MALGRANGE : Ben, être complètement pris par cette activité, ne pas lever la tête toutes les cinq minutes en repensant à autre chose.

JACQUES NIMIER : Vous dites que vous fonctionnez très rapidement.

BERNARD MALGRANGE : J'ai beaucoup de mal à me concentrer, il me faut très longtemps, mais quand je suis concentré, ça va très vite, je vais très très vite, mais j'ai besoin d'une très très forte concentration pour une activité de recherche, et en même temps c'est très fatigant, par exemple je constate que j'ai beaucoup plus de mal qu'à trente ans, à avoir cette concentration.

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que vous appelez cette concentration ?

BERNARD MALGRANGE : Je ne sais pas, je suis capable de rester sur le problème qu'on recherche sans être absolument distrait par quelque autre préoccupation extérieure, par les bruits extérieurs, par d'autres préoccupations qu'on peut avoir, etc.

### **Comparaison des mathématique et de la physique**

JACQUES NIMIER : Et, quand vous avez commencé vos recherches, vous avez choisi un sujet ? Comment s'est fait le choix de ce sujet ?

BERNARD MALGRANGE : J'avais commencé par faire de la théorie des

nombres, de l'algèbre,...

JACQUES NIMIER : Historiquement ?

BERNARD MALGRANGE : Oui, en deuxième année à l'Ecole Normale, j'avais commencé par faire de la théorie des nombres, de l'algèbre, il se trouve que j'avais eu des cours très très intéressants sur ce sujet, très attractifs. Alors, du coup, j'avais continué à apprendre ces choses-là et l'année suivante j'ai passé l'agrégation et cette année-là, j'ai préparé l'agrégation, j'ai un petit peu diminué mes activités de recherche, je me suis beaucoup lancé dans des activités politiques à ce moment-là ; et l'année suivante, j'ai commencé au contraire à suivre, à commencer à travailler, à faire ma thèse, et puis j'ai eu envie de changer ; il y avait les travaux de Schwartz sur la distribution qui venaient de sortir, c'était très à la mode, et puis je me suis dit : l'analyse c'est plus proche de la physique, ça sert plus, c'est plus utile, c'est plus intéressant de ce point de vue, il vaut mieux se lancer là-dedans ; alors, il y avait donc des motivations assez extérieures qui m'ont fait changer d'orientation...

JACQUES NIMIER : Vous avez une sorte de regret de la physique ?

BERNARD MALGRANGE : Ah oui ! oui, constamment. J'ai toujours continué à avoir beaucoup de contacts avec les physiciens, théoriciens, à leur expliquer un certain nombre de choses en mathématiques, j'en connais beaucoup ; regret ? regret ou non, je ne sais pas...

JACQUES NIMIER : Nostalgie ?

BERNARD MALGRANGE : ... parce que finalement c'est très très proche...

JACQUES NIMIER : Que représente pour vous la physique ?

BERNARD MALGRANGE : Quelque chose qui est beaucoup plus directement concret, qui est beaucoup plus en prise directement sur le... Je ne sais pas quoi dire, la réalité cela n'a pas beaucoup de sens de dire ça, comme ça, mais disons en gros : concret... et puis alors quelque chose qui demande beaucoup plus d'imagination que les mathématiques, quelque chose qui demande de laisser aller son imagination beaucoup plus, quelque chose qui est plus difficile que les mathématiques.

JACQUES NIMIER : Ah bon ?

BERNARD MALGRANGE : Ah oui ! à mon avis.

JACQUES NIMIER : En mathématiques, on est brimé ?

BERNARD MALGRANGE : Pas brimé..., le physicien, il se permet de sauter sur la rigueur entre guillemets, de deviner. Le mathématicien ne se le permet que d'une manière beaucoup plus partielle, si vous voulez, et c'est assez impressionnant ; quelquefois cela tombe tout à fait à côté et puis quelquefois ils devancent les mathématiciens d'une façon extraordinaire ; alors il y a probablement aussi l'aspect opposé ; bien des choses ne sont qu'ébauchées par les physiciens, les mathématiciens les reprennent bien, mais il y a cet aspect que quand même on laisse courir son imagination beaucoup plus qu'en mathématiques, mais, malheureusement, il faut dire que l'enseignement, l'enseignement élémentaire de la physique ne fait pas du tout apparaître cet aspect des choses...

JACQUES NIMIER : Je ne sais pas, je rapprocherais cela de ce que vous disiez au début sur la règle du jeu dont vous parliez et qui à la fois vous a attiré et qui maintenant a l'air d'avoir un autre aspect aussi, celui de contrainte.

BERNARD MALGRANGE : Oui, certainement... certainement.

JACQUES NIMIER : Qui a été à l'origine...

BERNARD MALGRANGE : La nature, elle, impose d'autres règles du jeu, mais qui sont aussi des contraintes. Mais elles sont quand même de nature très différente, et, la physique théorique, elle est entre les deux, elle navigue entre les deux. En quelque sorte, elle s'appuie sur les deux ; enfin, je ne veux pas l'idéaliser non plus, ce serait faux, les gens que je connais, par rapport aux mathématiciens, les bons physiciens sont des gens à peu près de même qualité, mais qui, d'une certaine manière, laissent plus facilement courir leur imagination.

JACQUES NIMIER : Cela permet plus de liberté ?

BERNARD MALGRANGE : Oui, quitte, d'ailleurs, quelquefois, à ce qu'elle déraille...

JACQUES NIMIER : Ah oui.

BERNARD MALGRANGE : Alors, pour ce qui est des autres sciences, d'autres activités scientifiques, je ne les connais pas suffisamment pour en parler, des activités vraiment expérimentales.

JACQUES NIMIER : Mais, à propos de cette nostalgie de la physique, qu'est-ce qui à votre avis vous a empêché d'en faire ?

BERNARD MALGRANGE : Mais, il n'y avait personne qui soit capable de nous faire des cours intéressants à l'époque, il aurait fallu que je parte en Angleterre ou aux Etats-Unis, vous comprenez...

JACQUES NIMIER : Il n'y a pas eu...

BERNARD MALGRANGE : Même en France... même en France, il y avait très peu de chose à l'époque, très très peu.

JACQUES NIMIER : Il n'y a pas eu quelqu'un qui vous a ouvert la voie ?

BERNARD MALGRANGE : Et puis, il faut dire qu'à l'époque, j'ai essayé aussi de suivre des cours mais il y avait un aspect extrêmement confus, une distance avec les mathématiques et les mathématiciens, ce que je voudrais appeler, avec beaucoup de guillemets, la règle du jeu des mathématiciens. Cette distance était quand même beaucoup trop grande, c'était une confusion extraordinaire dans les cours que j'ai eus.

Après ma thèse encore, j'ai essayé de suivre des cours pour me cultiver. J'ai été à l'école d'été, aux Houches, de physique théorique, où j'ai eu des cours de grands physiciens de l'époque. Mais c'était une confusion totale à mon avis. Pas tous, il y en avait un qui était un cours remarquable, mais qui posait des problèmes d'une difficulté incroyable... c'était très remarquable, c'étaient des problèmes qui étaient ignorés des mathématiciens à l'époque et qui, maintenant, commencent à être des problèmes classiques ; mais c'était il y a vingt ans, et c'était trop difficile. Et les autres c'était une confusion totale.

Je me suis aperçu longtemps après que les autres élèves ne comprenaient pas plus que moi, mais, ils étaient physiciens, donc ils faisaient semblant de comprendre (*rires*) et, moi, je me suis laissé bluffer (*rires*). Alors, si vous voulez faire de la physique dans ces conditions, cela ne m'aurait peut-être pas convenu non plus, mais depuis, c'est devenu plus proche, plus accessible.

JACQUES NIMIER : Un problème de distance aussi alors ?

BERNARD MALGRANGE : Il y avait une grande distance, oui. L'imagination courait, mais elle courait tellement qu'on ne savait plus du tout où elle allait. Je me rappelle que les cours de X par exemple, c'était un grand physicien mais c'était incompréhensible, de la plus haute fantaisie, il avait certainement des idées profondes, mais pour rétablir ce qu'il pouvait y avoir dedans, c'était tout à fait impossible pour quelqu'un qui avait une formation de mathématicien un peu stricte... la distance entre les deux discours était... était presque... pas complètement, mais presque infranchissable.

JACQUES NIMIER : Vous avez employé tout à l'heure le mot dérailler, comme si c'était un discours qui risquait de dérailler dans tous les sens...

BERNARD MALGRANGE : Dérailler, j'ai dit dérailler?... Quand on essaie de deviner, on devine juste ou on devine faux, ou bien ça peut être complètement faux, ou ça peut être très proche de la vérité : il peut y avoir tous les intermédiaires. L'inconvénient et l'un des avantages de la physique il me semble, c'est que l'on a le contrôle expérimental, mais on n'a pas le contrôle du mathématicien sur la cohérence logique qui donne, d'une certaine manière, plus de sécurité.

JACQUES NIMIER : C'est une condition importante pour vous, cette cohérence ?

BERNARD MALGRANGE : Cela fait partie du sujet, on n'y peut rien... cela fait partie du sujet, les objets mathématiques on peut difficilement les... on risque... oui... oui, je ne sais pas, je ne sais pas quoi dire là... il y a l'aspect de contrainte surtout. On est bien obligé de regarder les choses à fond, dans tous les détails, pour être sûr que c'est vrai ; c'est pas... pour moi, si vous voulez, c'est pas une règle en soi, c'est pas une chose en soi à la rigueur,

c'est simplement la manière dont les mathématiques fonctionnent, on n'affirme une chose que quand on en est complètement sûr (*rires*)... la rigueur au fond pour moi c'est presque avoir éliminé toutes les objections... possibles.

JACQUES NIMIER : Ah oui

BERNARD MALGRANGE : Mais il peut se passer ceci quand on cherche : on se dit, cela va se passer comme ça, on a son plan de démonstration, mais attention ! il peut se passer ça, ou il peut se passer ça et il peut se passer ça encore, et ça comment est-ce que je vais en être sûr ? Et, alors on arrive à faire son discours.

JACQUES NIMIER : Ah oui ! c'est éliminer tous les cas possibles ?

BERNARD MALGRANGE : Pas toujours, mais d'une certaine manière... d'une certaine manière ; je crois d'ailleurs que, pour ne pas parler d'une façon subjective, même dans l'histoire c'est un peu comme ça que les choses sont arrivées, on a vu que des raisonnements incomplets suffisaient jusqu'à un certain moment, puis ont amené des échecs à un autre et on est obligé de reprendre les choses pour les éliminer, donc d'une certaine manière, ce n'est pas seulement une réaction subjective, mais cela se présente quelquefois comme ça : je fais un plan de démonstration mais, là, il y a un trou parce qu'il pourrait se passer ça, donc il y a ce point qu'il faut que je vérifie.

### **La notoriété**

JACQUES NIMIER : Il y a quand même bien eu, à un moment, un sujet qui vous a intéressé, plus que le reste ?

BERNARD MALGRANGE : Oui, ça c'est difficile à dire, il faudrait rentrer dans les détails techniques. J'ai commencé ma thèse avec Laurent Schwartz. J'avais un camarade qui a commencé en même temps que moi, je ne sais plus, je crois que c'est Y qui est maintenant au Collège de France. On avait commencé sur des sujets assez proches, alors il y avait un gros problème qui était posé dans le livre de Schwartz et il m'a dit : "tiens, tu devrais regarder ce problème", et alors je suis allé voir Schwartz et Schwartz m'a dit : "Ah oui, c'est une très bonne idée, regarde donc ça". Et puis, bon, en cherchant je n'ai

pas trouvé, mais j'ai trouvé autre chose à côté, Schwartz posait le problème, trouver une solution élémentaire d'une équation aux dérivées partielles par un autre problème, division des distributions. Alors, j'avais commencé à regarder division des distributions, je me suis aperçu que je pouvais trouver la solution en le court-circuitant. Alors, vous savez comment on démarre, c'est difficile, on cherche une chose, on vous dit ou bien on se dit soi-même tu devrais regarder ça, et puis on regarde et puis on trouve quelque chose, ça ou autre chose ; et puis alors à ce moment-là j'ai continué... j'ai continué à travailler là-dessus ; je ne connaissais rien au sujet des équations aux dérivées partielles et puis après, en ayant fait ma thèse, je me suis aperçu que j'étais un spécialiste connu du sujet, alors je me suis mis à l'apprendre (*rires*).

JACQUES NIMIER : Je me suis aperçu ? (*rires*)

BERNARD MALGRANGE : (*rires*) mais je ne plaisante pas, c'est vraiment comme ça que cela s'est passé. Je me suis même dit : ah!... quand j'ai vu dans des conférences internationales un tas de spécialistes, qui parlaient avec moi, etc., je me suis dit : bon, il faut que j'apprenne maintenant (*rires*)...

Si vous voulez, je n'ai pas le sentiment qu'il y a jamais eu aucun vantardise là-dedans, et quand il y en a eu, cela n'a jamais marché à vrai dire, il y a des sujets sur lesquels je me suis accroché volontairement, mais je me suis aperçu après que ce n'étaient pas des bons sujets, tout ce qui est vraiment venu, c'est venu d'une façon très spontanée... tout ce qui valait quelque chose est venu d'une façon relativement spontanée, je ne dis pas sans effort, ce n'est pas vrai mais comme ça, et la valeur que cela pouvait avoir éventuellement, d'abord ce n'était pas à moi de la juger, et puis je ne m'en suis rendu compte qu'après.

Par contre, là où au départ je me disais : cela il faut que je le fasse, cela c'est important le truc que je voulais construire et cela n'a jamais rien donné...

JACQUES NIMIER : Comme si, je ne sais pas si c'est exact,...

BERNARD MALGRANGE : Mais, tout le monde n'a pas cette attitude... je pense qu'il y a des gens qui ont une attitude très volontariste... il y a quelque cas où... cela marche bien. Pour moi, pour la plupart des cas... c'étaient des choses qui m'avaient été données de l'extérieur, qui m'avaient été données par des collègues.

JACQUES NIMIER : Ah bo !

BERNARD MALGRANGE : ... qui m'avaient semblé amusantes, dont je n'avais pas vu a priori tout l'intérêt ou toute l'importance ; il y a des gens qui sont très forts pour poser des problèmes, moi je n'ai jamais su tellement, alors cela s'est trouvé comme ça, un certain nombre de gens m'ont passé des problèmes qui se sont révélés être des bons problèmes, et sur lesquels au début je me suis amusé sans plus, sans y attacher tellement d'importance et puis j'étais un peu étonné même après de l'importance que les gens leur attachaient (*rires*) et, par contre, justement des problèmes, que moi, je me posais profondément, que je voulais arriver à... c'était... c'était pas toujours les bon.

### **La solitude du mathématicien**

JACQUES NIMIER : Quand vous êtes devant un de ces problèmes-là qui vous intéressent, quels sentiments avez-vous ?

BERNARD MALGRANGE : Oh ! très proches de ce que vous trouveriez en cherchant un problème d'échecs.

JACQUES NIMIER : Oui, vous faites un rapprochement avec le jeu...

BERNARD MALGRANGE : Le jeu, oui, l'aspect de jeu... avec en même temps la bonne conscience que c'est un jeu sérieux, tandis que quand on est devant un problème d'échecs on sait bien que ce n'est pas un jeu sérieux.

JACQUES NIMIER : Oui, mais ce mot de jeu, c'est un mot assez socialisé, enfin assez général, pour vous. Comment vous le vivez ce jeu ?

BERNARD MALGRANGE : ... je ne sais pas comment répondre... je ne sais pas quoi vous répondre... je vous dis le même type de jeu que devant un problème d'échecs, pas du tout le même que dans une partie de bridge où on a des rapports avec d'autres personnes.

JACQUES NIMIER : Ah ! Bon.

BERNARD MALGRANGE : ... et où on a à tenir compte des réactions des... autres, d'un certain nombre d'inconnues, d'un certain nombre... du hasard dans la distribution etc., là c'est quelque chose où on a en fait toutes les données en mains, donc c'est pour ça que je dis : comme un problème d'échecs.

JACQUES NIMIER : Ah oui ! il n'y a pas d'intervention extérieure, il n'y a pas d'intervention du hasard...

BERNARD MALGRANGE : Il n'y a pas d'intervention du hasard, il n'y a pas d'intervention de personne étrangère, sauf dans les discussions bien entendu, où on avance quelquefois à plusieurs quand on travaille en collaboration, mais cela m'est assez peu arrivé, je dois dire.

JACQUES NIMIER : C'est le fait d'avoir toutes les données en mains.

BERNARD MALGRANGE : C'est ça, c'est un jeu... c'est un jeu où on a toutes les données en mains, mais... si on le prend uniquement sous l'aspect jeu, bien entendu il y en a d'autres, c'est un jeu où la solution dépend... du temps qu'on y passe, de l'effort qu'on y met, de l'imagination qu'on y met et puis de la chance qu'on a à un moment donné ; alors évidemment, cela limite aussi, de ce point de vue.

D'autres personnes qui reviennent de faire de la montagne vous le compareront peut-être à une escalade ; il faut trouver son chemin, il faut trouver les bonnes prises, etc. , moi je ne sais pas j'en ai jamais fait, mais là aussi c'est un jeu où on est tout seul en face de... en face du jeu.

JACQUES NIMIER : C'est d'être tout seul en face du jeu ?

BERNARD MALGRANGE : ... oui, si vous voyez des gens qui ont vraiment l'habitude de travailler en collaboration, ils auront probablement une réaction très différente.

JACQUES NIMIER : Oui, mais enfin c'est...

BERNARD MALGRANGE : Mais moi oui certainement, certainement,...

JACQUES NIMIER : Quel est ce plaisir d'être tout seul ?

BERNARD MALGRANGE : Il faut bien être tout seul de temps en temps (*rires*) ; je n'ai pas le sentiment d'être asocial, pas du tout, mais bon... Cela ne veut pas dire qu'il n'y a pas aussi du plaisir à en parler, à l'expliquer...

JACQUES NIMIER : C'est autre chose...

BERNARD MALGRANGE : C'est autre chose... Le besoin de se prouver quelque chose.

JACQUES NIMIER : L'exposer ?

BERNARD MALGRANGE : L'exposer ?... Je ne sais pas si c'est pour moi, si c'est important, je sais que beaucoup de gens, peut-être pour moi aussi... j'ai le sentiment très aigu d'avoir besoin de se prouver qu'on est capable de faire quelque chose qui... avec en même temps l'aspect du jeu, c'est de s'amuser.

JACQUES NIMIER : Vous reliez les deux, oui.

BERNARD MALGRANGE : Je ne sais pas, je ne sais pas ; je crois que c'est quand on ne trouve pas, quand on sèche, quand on se dit : il faudra que je sois capable, je suis bon à rien, je suis vieux, je suis plus bon à rien ; et puis, je me suis toujours dit cela même à trente ans, et puis... peut-être pas trente ans mais trente-cinq disons, et puis... quand ça commence à marcher, alors... alors là c'est le jeu qui prend le dessus... c'est le plaisir de trouver, de mettre les choses... que les choses... que les choses se mettent en place, qu'elles s'organisent.

JACQUES NIMIER : Vous employez les mots : se mettre en place, s'organiser...

BERNARD MALGRANGE : Eh bien, elles se mettent en place quoi ! Ou bien elles se mettent à vivre, ou les deux à la fois.

JACQUES NIMIER : Elles se mettent à vivre, oui.

BERNARD MALGRANGE : Oui, c'est figé, c'est mort quand on sèche, puis, à un moment, tout à coup, je ne sais pas pourquoi, ça se met... ça se met à

vivre, ça se met à marcher et puis alors cet aspect vivant, il disparaît à partir de la rédaction, il réapparaît dans l'exposition mais sous une forme différente.

Vivant, je veux dire que ça bouge simplement, ça ne veut pas dire vivant comme de la matière vivante, mais ça bouge... Un blocage.

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez des souvenirs qui ont trait aux mathématiques ?

BERNARD MALGRANGE : ... des souvenirs...

JACQUES NIMIER : qui ont trait aux mathématiques enfin,... qui vous viennent à l'esprit.

BERNARD MALGRANGE : ... J'ai un souvenir récent d'un blocage, d'un travail important qui a été fait il y a cinq ou six ans, par une équipe, je crois que c'était une équipe de japonais, et où vraiment j'ai eu l'impression d'un travail très important dans mon domaine, où j'ai eu l'impression qu'au fond ils avaient fait ce que j'avais toujours plus ou moins cherché et moi j'avais fait des petits bouts, des bricoles, mais toujours dans cette direction, et j'ai eu l'impression au fond qu'ils avaient fait ce que j'aurais dû faire vraiment.

Pourquoi n'ai-je pas fait ça et ça?... La réaction, c'est que j'ai refusé de lire leur truc pendant un certain temps, je n'ai pas pu le lire pendant un certain temps, pas pour des difficultés techniques... il n'était pas très bien rédigé, pas très facile à lire, mais enfin il était parfaitement accessible pour moi, et j'ai mis... j'ai mis des années à arriver à le lire et à l'assimiler, parce que je n'y suis vraiment arrivé que lorsque j'ai surmonté au fond cette... cette espèce de restriction...

Alors je pensais à cela à propos de certains types de blocage dont vous parliez hier, (*dans une conférence en sa présence*) qui étaient différents mais...

JACQUES NIMIER : qui vous le rappelaient...

BERNARD MALGRANGE : ... qui me le rappelaient, je ne me rappelle plus à propos de quel exemple exactement, mais c'était un de vos exemples qui était probablement assez loin de celui-là, mais qui m'avait fait penser à cela.

C'est essentiellement la première fois que cela m'arrivait. Autrement, je n'ai pas de souvenir sauf quelquefois quand on cherche quelque chose et puis que quelqu'un d'autre le trouve un petit peu avant, alors il y a une petite réaction désagréable de jalousie, mais... mais rien de sérieux ; c'est la première fois que j'ai eu vraiment... le sentiment d'une réaction... d'une réaction passionnelle de fond devant un travail, c'est la première fois que j'ai eu vraiment cette impression...

JACQUES NIMIER : Là, vous avez senti que cela vous touchait de près ?

BERNARD MALGRANGE : C'est ça, j'ai eu l'impression d'être touché, alors que je n'avais jamais eu cette impression avant. Je n'avais jamais eu cette impression que ça me touchait vraiment, que c'est un sujet sur lequel je travaillais depuis au fond une vingtaine d'années tout autour de ce genre de choses, vous comprenez, alors.

JACQUES NIMIER : On pourrait dire...

BERNARD MALGRANGE : Et ça mettait en jeu beaucoup plus qu'un truc qu'on cherche par hasard pendant six mois, et puis quelqu'un d'autre qui le trouve huit jours avant.

JACQUES NIMIER : Oui, on peut dire que ce domaine vous appartenait un peu ?

BERNARD MALGRANGE : Oui et non, oui et non,... de toutes façons, on sait bien qu'en sciences ça n'appartient pas. C'est vrai que je n'ai pas des réactions très possessives, mais que je suis toujours étonné par les réactions extrêmement possessives qu'un certain nombre de... de chercheurs, de collègues,...

On peut peut-être s'arrêter là.

JACQUES NIMIER : Si vous voulez.

BERNARD MALGRANGE : Je vous remercie.

## ENTRETIEN AVEC LE MATHÉMATICIEN CHARLES PISOT

Charles Pisot (1910-1984) est un mathématicien français, spécialiste de la théorie des nombres (nombres de Pisot-Vijayaraghavan).

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

### Les souvenirs d'enfance sur les maths

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous pourriez me dire comment vous êtes devenu professeur de mathématiques ?

CHARLES PISOT : J'ai de tout temps été attiré par les mathématiques. Je n'en ai pas de souvenirs très précis, mais d'après ce que racontaient mes parents, c'est déjà vers l'âge de deux à trois ans que je m'intéressais particulièrement aux chiffres, je m'amusais par exemple à faire des calendriers... j'en ai encore un qui date d'avant la guerre de 1914 et qui allait jusqu'en 1952...

JACQUES NIMIER : ... des calendriers...

CHARLES PISOT : Oui, et je savais par cœur les correspondances entre les jours du mois et si c'était un lundi, un dimanche, etc. pour deux ou trois ans, aux environs des années 12, 13, 14,... Mon père qui était lui même professeur de collège, n'aimait pas tellement me voir faire cela.

Donc, j'ai su écrire les chiffres avant de savoir écrire les lettres et lui qui était plutôt tenté par l'histoire, m'a mis dans les sections littéraires. Je n'étais pas tellement enchanté de cela mais j'avais obtenu la promesse que si je réussissais le bac de première A, il me permettrait de passer en Math-Elem. En première, j'ai eu la chance d'avoir un professeur extrêmement intéressé par les mathématiques. Je m'étais posé des questions à propos de l'extraction des racines carrées de 2, car après tout pourquoi cette méthode compliquée ? Si on cherchait dans une table de carrés, on pouvait regarder s'il n'y avait pas un carré dont le double serait aussi presque un carré ; ainsi  $52 = 25$ , deux fois 25 c'est 50 ; or il y a un carré voisin 49. Ainsi  $7/5$  est déjà une

bonne approximation de racine de 2 et en regardant systématiquement dans la table, j'avais découvert une loi de récurrence entre les différentes solutions de l'équation  $x^2 - 2y^2 = 1$ . Je suis donc allé trouver mon professeur pour lui demander s'il pouvait me donner quelques indications là-dessus. Il m'a dit : je crois que cela me rappelle quelque chose, cela doit être en relation avec ce qu'on appelle les fractions continues ; il m'a expliqué finalement tout ce qu'étaient les fractions continues et je dirai que tout mon travail ultérieur a tourné autour de cette question et tout ce que j'ai fait a pour origine cette théorie des fractions continues que j'avais essayé de généraliser... les problèmes de théorie des nombres m'ont toujours passionné.

JACQUES NIMIER : Oui...

CHARLES PISOT : A l'Ecole Normale, après la sortie, le Directeur m'a demandé ce que je voulais faire, je lui ai dit : "je veux faire de la théorie des nombres". Il a levé les bras au ciel, en me disant : "mais comment ? vous savez bien qu'il n'y a personne en France qui en fait ! Faites donc des fonctions de variables complexes". Je lui ai répondu : "Je ne ferai jamais des fonctions de variables complexes et si je ne réussis pas cela... j'aimerais autant faire de l'enseignement secondaire!". Evidemment, j'ai fait beaucoup de fonctions de variables complexes, parce qu'on ne peut guère faire de théorie des nombres sans faire de variables complexes.

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous voyez une relation entre les calendriers et la théorie des nombres ?

CHARLES PISOT : Eh ! Oui ! Parce que ce sont des chiffres, c'est le plaisir d'écrire des chiffres ou d'avoir des relations entre les chiffres... toutes les sept fois, il se trouvait un dimanche que j'écrivais en rouge, les autres étaient en noir, cela m'amusait d'écrire des chiffres et de trouver des relation

### **Le désir d'absence de trou**

CHARLES PISOT : C'est un de mes cousins qui raconte cela, mais cela paraît quand même un peu extravagant : il prétend que quand j'avais un an, ou deux ans probablement puisque je parlais, je l'ai amené devant une image où il y avait quatre trèfles à quatre feuilles. Je lui ai dit. regarde René comme

c'est curieux : là il y a quatre feuilles, là il y a quatre feuilles, là il y a quatre feuilles, là il y a quatre feuilles et cela fait seize feuilles, et si on prend ici quatre et quatre et là quatre et quatre, cela fait deux fois quatre, cela fait huit ici et encore une fois, deux fois huit cela fait seize. Je lui aurais dit des choses de ce genre, je pense qu'il a dû romancer un peu mais en tout cas, c'était une des questions qui m'intéressaient. De même, prendre un ruban de deux mètres et compter les différents nombres ou compter les numéros sur les poteaux télégraphiques, j'allais repérer ces poteaux les uns après les autres et il ne fallait pas que j'en manque un. Il y avait le plaisir de collectionner, de classer les choses, je pense qu'il devait y avoir cela. Je me suis amusé à collectionner des timbres, des papillons, toutes sortes de choses, je pense que c'est un petit peu en liaison avec le fait d'aimer les classifications et le fait qu'il n'y ait pas de trou dans les séries...

JACQUES NIMIER : Mais quand vous trouviez un trou qu'est-ce qui se passait ?

CHARLES PISOT : Je n'étais pas heureux, j'essayais de le combler d'une façon ou d'une autre ; il me fallait une construction bien achevée, sans intermédiaire : je n'aime pas les choses où il fallait admettre. Ainsi, dans l'enseignement secondaire : quand on faisait de la géométrie, je ne savais pas ce qu'on admettait, ce qu'était une droite et l'image du fil tendu cela ne m'a jamais satisfait ; j'ai trouvé qu'il y avait un cercle vicieux, qu'il y avait quelque chose qui n'allait pas et à l'époque, je n'ai pas pu obtenir d'explication de la part de mon professeur parce que lui-même n'était pas non plus très sûr sur cette affaire-là ; c'est bien plus tard avec l'axiomatique que j'ai vu comment on pouvait sortir de ces difficultés...

JACQUES NIMIER : Oui, il manquait quelque chose à ce moment-là ?

CHARLES PISOT : Oui, je ne savais plus si on faisait de la physique ou si on faisait des mathématiques... Je n'aime pas les calculs compliqués. Evidemment, il y a des démonstrations qui nécessitent quelquefois des calculs horribles, mais je me demandais toujours : est-ce qu'il n'y a pas quand même un chemin plus direct, qui éviterait un certain nombre de calculs ?

A ce sujet, je me souviens de la première composition en hypotaube : je sortais d'un collège et je ne savais rien du tout ; or le professeur nous avait

donné une équation du second degré dont le discriminant s'étalait sur deux lignes au moins. Alors j'ai fait la discussion correspondante et je n'en étais pas satisfait. J'ai donc cherché dans tous les sens... et puis, j'ai eu l'idée de faire un changement d'axes et les affaires se sont arrangées admirablement malgré la complication du discriminant ; je tenais toute la discussion. Mais je me suis fait attraper par mon prof de taupe qui m'a dit : vous faites comme le cheval qui doit sauter par-dessus un obstacle et qui, au lieu de sauter par-dessus, tourne autour, j'avais voulu voir si vous saviez calculer et vous, vous évitez tous les calculs... J'ai été vexé!

JACQUES NIMIER : Vous étiez vexé...

CHARLES PISOT : Eh oui! Parce que j'avais fait tout le reste, j'avais fait le grand calcul avant, et c'est parce qu'il était trop encombrant que ça ne m'avait pas satisfait, alors voir que mon effort n'était pas apprécié (*rires*).

### **La beauté des maths**

CHARLES PISOT : Le mathématicien, je crois, est sensible à une certaine beauté d'une construction ; on parle de belles théories, mais, en général, on ne dira pas qu'une théorie compliquée est une belle théorie mais plutôt lorsqu'elle contient de l'inattendu, des rapprochements inattendus entre des parties des mathématiques... Je ne sais pas ce que vous en pensez mais probablement si vous êtes devenu mathématicien, c'est parce que ça vous a attiré et que vous trouviez que c'était joli. On ne décide pas de devenir mathématicien, c'est parce qu'on aime les raisonnements, les devinettes, les problèmes, des choses comme cela, les mots croisés, les jeux de réflexion, les jeux d'échecs, je pense que tout cela, ce sont des indices.

### **Les maths : une affaire personnelle**

CHARLES PISOT : Quand il y a quelqu'un qui vient me dire : je voudrais faire une thèse, donnez-moi un sujet : eh bien! non, le sujet c'est vous qui devez le trouver, vous devez m'apporter une centaine de questions que vous vous posez et ensuite, sur ces cent questions, nous pourrions élaguer ; je vous dirai : ceci c'est fait, ceci parait peut-être trop difficile, mais là, il y a peut-être

quelque chose à chercher, etc. parce qu'au fond une thèse de mathématiques, c'est avoir soi-même une idée et non celle du professeur ; c'est tout à fait différent d'une thèse de sciences expérimentales où vous avez un appareil et avec lequel il faut faire des expériences. En mathématiques, il faut avoir soi-même une idée si on veut progresser.

JACQUES NIMIER : Ca me rappelle ce que vous disiez tout à l'heure : vous aviez votre idée et votre intérêt pour les nombres, alors que votre père s'intéressait davantage à l'histoire...

CHARLES PISOT : A l'histoire... oui...

JACQUES NIMIER : ... l'important c'était votre idée.

CHARLES PISOT : Eh ! oui, et heureusement que j'ai tenu ferme parce que je crois que je n'aurais jamais rien fait en lettres, rien de sérieux... Mon premier élève à être allé au-delà de l'agrégation est M. David, il a fait une thèse sur la théorie des nombres, qui est très jolie, et qui reste encore un petit monument. On ne l'a pas encore très bien comprise mais elle mériterait d'être continuée... c'est autour des fractions continues...

## Deux "sources" au maths

CHARLES PISOT : Un certain nombre de mathématiciens ont créé Bourbaki pour essayer d'introduire des structures dans les mathématiques et on m'avait demandé d'y participer : j'avais la mission d'essayer de trouver des structures pour la théorie des nombres ; mais cela ne marchait pas, il n'y a pas de structures là-dedans et finalement Bourbaki a renoncé à faire quelque chose en théorie des nombres. Maintenant, je commence à peu près à savoir pourquoi : je pense que les mathématiques dans leur ensemble procèdent de deux sources et la première source évidemment à laquelle tout le monde pense, c'est l'expérience, et la physique ou la chimie... Ces domaines posent certains problèmes qui font progresser les mathématiques, mais il y en a une autre qui me semble tout aussi importante c'est la théorie des nombres. Les problèmes posés par les nombres entiers nécessitent de tels travaux et de telles réflexions que finalement c'est de là que sortent à peu près la moitié des théories mathématiques. Je ne donnerai qu'un exemple, enfin l'exemple

le plus connu : c'est la théorie des groupes. C'est pour résoudre certaines équations que Galois et Abel avaient créé la théorie des groupes. Mais il y en a d'autres auxquels on pense moins : les espaces vectoriels.

Tout le monde parle des espaces vectoriels et tout le monde croit que c'est dû à la mécanique, ce n'est pas vrai, les espaces vectoriels proviennent de l'étude algébrique de l'extension des corps.

JACQUES NIMIER : Pourquoi vous êtes-vous intéressé plutôt à ce type de mathématiques abstraites, plutôt qu'à l'autre type de mathématiques ?

CHARLES PISOT : Mais j'aime aussi énormément les mathématiques appliquées ; par exemple, j'ai toujours aimé faire des calculs et vérifier ensuite expérimentalement pour voir si cela colle bien et si cela donne des résultats. Je me suis construit des petits appareils et même, à un moment donné, je me suis demandé si je n'étais pas plutôt fait pour être physicien, vous voyez j'ai créé le certificat de T.M.P., je continue à enseigner les mathématiques en physique parce que l'utilisation des mathématiques dans la physique m'intéresse.

### **Les deux pôles de la vie**

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez eu l'impression d'une évolution ?

CHARLES PISOT : Non, j'ai toujours eu ce goût pour les deux à la fois. Mais malgré tout, je crois que j'étais mathématicien et que mathématicien malheureusement...

JACQUES NIMIER : Pourquoi malheureusement ?

CHARLES PISOT : Parce qu'il y a quand même deux pôles dans la vie, il y a d'une part la raison : les mathématiques cela en est la forme la plus évoluée, mais il y a aussi la sensation, le sentiment avec tous ses développements, avec les arts et toutes ces choses-là ; cela c'est au moins aussi important, sinon plus, que le raisonnement pur et dans cette deuxième partie je n'aurais pas aussi bien réussi qu'en mathématiques ; donc je dis que je suis un petit peu trop orienté vers les mathématiques ; je connais des gens qui sont beaucoup plus équilibrés.

JACQUES NIMIER : Vous en souffrez ou vous avez l'impression que c'est normal ?

CHARLES PISOT : On ne peut pas dire que j'en souffre, mais je préférerais avoir un peu plus de choses. Je m'intéresse quand même un petit peu à certaines choses... je m'intéresse en particulier à la musique mais pas de façon aussi intense que je m'intéresse aux mathématiques.

### **Etre à la “source”, à “l'origine”**

CHARLES PISOT : Finalement, j'ai toujours été attiré par les mathématiques et par des choses plus physiques comme l'astronomie par exemple. Cela m'a passionné, quand j'étais gosse je dévorais des livres d'astronomie plus que les romans. Les romans m'intéressaient moins que les livres d'astronomie quand je pouvais en avoir... la physique m'intéressait, la biologie aussi. Voir le monde, cette immensité m'impressionne encore toujours. A l'agrégation, par exemple, j'aurais aimé avoir à faire une leçon de cosmographie de façon à pouvoir expliquer comment, avec des observations, sans instruments, on pouvait avoir une idée de l'ordre de grandeur, je ne dis pas une mesure précise, mais de l'ordre de grandeur des événements célestes... J'aimais bien montrer qu'on pouvait par le raisonnement, obtenir des choses qu'il suffisait de vérifier ensuite par une mesure... je me suis amusé par exemple à mesurer la hauteur du beffroi de ma ville. J'avais construit un petit appareil qui me permettait de mesurer un certain angle, puis je mesurais une distance et je faisais le calcul de la hauteur. Ensuite, je suis allé vérifier, je suis monté en haut, j'ai laissé pendre une ficelle et ça collait bien... j'étais très content...

Il y a encore des tas de questions qui se posent. Tous les problèmes de théorie des nombres s'énoncent simplement : tout nombre pair est-il la somme de deux nombres premiers?... Vous savez, ce n'est toujours pas démontré!... C'est irritant parce qu'on n'y arrive pas, on a inventé de belles méthodes qui, finalement, ont envahi toutes les mathématiques. C'est pour cela que je pense que les mathématiques doivent énormément à la théorie des nombres, c'est une discipline un peu à part mais qui est à l'origine...

JACQUES NIMIER : Qui est la source ?

CHARLES PISOT : Il y a beaucoup de mathématiciens à la suite de Bourbaki qui pensent que c'est la théorie des ensembles qu'il faut mettre au départ ; eh bien ! je ne le pense pas, je pense que c'est la théorie des nombres, des nombres entiers, je préfère partir des axiomes de Peano, ou des choses comme cela pour définir les entiers la théorie des ensembles s'est construite après coup...

JACQUES NIMIER : Vous semblez accorder beaucoup d'importance à l'idée d'origine...

CHARLES PISOT : Oui, certainement, il faut avoir une origine nette et claire. L'axiomatique, par exemple, a permis d'y voir beaucoup plus clair qu'autrefois où on mélangeait des tas de choses. Pourquoi est-ce que les gens n'ont jamais compris la relativité ? C'est parce qu'ils ont mélangé l'espace physique avec l'espace euclidien : ils ont cru que c'était deux choses identiques et il y a encore des esprits qui n'arrivent pas à se défaire de l'idée que l'espace qui nous entoure n'a pas de géométrie : c'est nous qui mettons une géométrie dans l'espace qui nous entoure.

### **Les mathématiques comme objet “projeté”, différent de la “réalité”**

JACQUES NIMIER : On peut presque dire qu'on projette quelque chose dans l'espace.

CHARLES PISOT : Oui, et il se trouve que cela colle bien... c'est un miracle... Alors les gens ont bien mélangé cela, mais ils n'ont absolument rien compris à ce qu'était la théorie de la relativité... c'est une autre géométrie qu'on projette sur l'espace et qui colle un peu mieux que l'euclidienne, voilà tout... rien ne prouve qu'on ne pourra pas encore en trouver une autre meilleure, etc.

JACQUES NIMIER : L'important c'est de bien séparer la réalité de ce qu'on projette dessus.

CHARLES PISOT : Oui, et je crois que dans l'enseignement c'est une chose qu'il faudrait qu'on mette bien en évidence quand on parle à des gosses ; il faut dès le début arriver à faire comprendre qu'il y a deux démarches différentes et il y a beaucoup trop de gens qui font encore de la géométrie en ne

distinguant pas l'aspect mathématique de l'aspect physique. Et moi, je pense que c'est très mauvais du point de vue pédagogique.

JACQUES NIMIER : Oui, c'est fondamental de séparer...

CHARLES PISOT : Je crois que l'homme a mis assez longtemps pour arriver à cela, il faut quand même bien qu'on en profite.

JACQUES NIMIER : Sinon quel est le risque ?

CHARLES PISOT : Mais c'est de ne pas pouvoir faire de progrès parce qu'on reste trop accroché à cela.

JACQUES NIMIER : On est trop accroché à la réalité.

CHARLES PISOT : Oui et cette réalité, on pense que c'est la construction mathématique... Le raisonnement c'est abstraction pure, évidemment, suscitée par la réalité et encore ?... Quand vous prenez les nombres  $p$ -adiques, alors là, pour l'instant on ne voit encore aucune motivation due à la réalité ; mais d'ici quelque temps on trouvera dans la réalité des choses pour lesquelles les nombres  $p$ -adiques formeront un bon modèle. On ne l'a pas encore jusqu'à présent, cela reste encore entièrement dans l'esprit ; or, il y a des tas de théories construites sur les nombres  $p$ -adiques, il y a des fonctions de variables  $p$ -adiques, il y a des bouquins... C'est assez curieux : vous avez par exemple des propriétés du genre suivant : pour tout disque, on peut prendre comme centre n'importe lequel de ses points, même un point qui serait situé sur la circonférence, donc deux disques ou bien ils sont concentriques ou bien ils sont disjoints, vous n'avez que ces deux possibilités ; alors cela fait des tas de problèmes... bizarres ! Par exemple, la fonction égale à 1 sur un disque et à 0 ailleurs est partout continue, il n'y a pas de discontinuité sur la circonférence comme on pourrait le croire, parce que deux points qui seraient de part et d'autre de la circonférence sont à une grande distance l'un de l'autre, ils ne peuvent jamais être voisins.

JACQUES NIMIER : Au fond, cela donne beaucoup plus de possibilités...

CHARLES PISOT : Je dis que j'ai bien compris ce qu'était un réel seulement après avoir compris les  $p$ -adiques.

JACQUES NIMIER : Oui, et si on reste trop près de la réalité, il n'y a pas d'autres possibilités.

CHARLES PISOT : Oui, mais oui, il faut s'abstraire de la réalité si on veut faire des progrès. Donc, quand on veut enseigner les mathématiques, il faut savoir cela, même si on ne le dit pas encore explicitement aux gosses.

### La naissance "d'enfants"

CHARLES PISOT : Donc ces nombres ont fait des petits, des enfants partout, alors j'ai pu faire une thèse... mais j'ai été nommé à Bordeaux pour enseigner les probabilités, la statistique que je n'avais jamais faites : cela m'a appris beaucoup de choses. Là, j'ai essayé aussi d'avoir des élèves : je n'en ai eu qu'un, c'était David et un collègue que j'ai réussi finalement à intéresser à la question ; nous avons travaillé, puis finalement quand on m'a proposé d'aller à Paris, j'ai beaucoup hésité parce que je me trouvais bien à Bordeaux, mais je suis allé à Paris parce que c'était là que je pouvais trouver des élèves dans les écoles et lentement, j'ai commencé par un, deux élèves et finalement cela s'est développé et maintenant, il y a à peu près deux cents théoriciens des nombres en France et cela marche très bien.

JACQUES NIMIER : Vous avez beaucoup de descendants...

CHARLES PISOT : Pour ma thèse, c'était même assez compliqué parce qu'il n'y avait personne qui pouvait en faire un rapport, il a fallu l'envoyer à l'étranger pour avoir un rapport de quelqu'un de compétent, alors que maintenant, il y a des théoriciens des nombres, je crois, dans toutes les Universités. En même temps, j'ai essayé aussi de rentrer à Polytechnique parce que je pensais qu'il n'y avait que par l'intérieur qu'on pouvait atteindre les polytechniciens et je dirai que presque la moitié des gens qui font de la théorie des nombres sont des polytechniciens.

JACQUES NIMIER : C'est important pour vous d'avoir des élèves...

CHARLES PISOT : C'est le rôle du professeur (*rites*), un professeur sans élève!... et, qu'est-ce que vous voulez, quand vous avez trouvé une jolie chose,

il faut quand même avoir un public auquel le raconter... et si vous n'avez pas d'élèves, vous ne pouvez raconter à personne !

### Le “déclat” de la découverte

JACQUES NIMIER : Quand vous travaillez les mathématiques, comment ça se passe ? Vous êtes dans votre bureau ?

CHARLES PISOT : Oh ! ici ou chez moi, n'importe où... on travaille par exemple à autre chose et brusquement on pense à telle chose... on sent d'ailleurs quand cela représente réellement un pas nouveau, il y a une espèce de déclat et même sans faire aucun calcul on sent déjà que cela marche. Alors on va à la maison et on va essayer de voir si cela colle.

Il y a quelquefois des déceptions d'ailleurs. Ma femme me le disait très souvent “Oh ! toi, je te connais, tu m'as dit que tu as trouvé quelque chose et demain, tu viendras me dire que c'est faux...”. On peut avoir une idée avant de s'endormir ou quand on a une insomnie. On pense à certain problème qui vous a passionné et très souvent la solution se présente à ce moment-là. Le fait d'écrire n'est pas absolument indispensable. Par contre, on ne peut pas faire une démonstration sérieuse sans écrire, mais l'idée est en dehors de toute écriture. Comment se présente-t-elle ? Il faut s'accrocher, il faut tourner, retourner la question qui vous préoccupe sous tous ses aspects, il faut y penser tout le temps, et à certain moment il y a quelque chose qui se déclenche et il y a quelquefois des choses très simples auxquelles on n'avait pas pensé, et on y pense que lorsqu'on a tourné et retourné la question...

...Vous connaissez bien le vieux problème des logarithmes des nombres négatifs : du temps de Bernoulli les gens se disputaient : est-ce que cela avait un sens logarithme de  $(-1)$  ou pas ? les uns disaient oui, les autres disaient non et c'est Euler qui a clarifié la question par l'introduction de  $e^x$ , où le logarithme de  $(-1)$  était imaginaire, c'était  $i$ . Il a donc mis de l'ordre dans la question. Eh bien ! dans les  $p$ -adiques nous avons exactement le même problème : actuellement les gens disent : est-ce que le logarithme  $p$ -adique de  $p$  a un sens ou est-ce qu'il n'en a pas ? Les uns disent oui, on pourrait lui donner tel sens, les autres pas. Eh bien ! il n'y a pas encore eu d'Euler jusqu'à présent pour savoir comment il faudrait faire... Nous avons la chance d'en être encore là,

au stade où étaient les mathématiciens du temps d'Euler ; donc vous avez tout un grand champ vaste qui ne demande qu'à être exploré, et comme cela a commencé en 60, c'est-à-dire il n'y a pas même vingt ans, pensez qu'il y a encore du travail à faire...

### **Invention ou découverte ?**

CHARLES PISOT : Oui, est-ce que les mathématiques sont préexistantes ou pas ? Parce qu'on a un peu l'impression qu'on se promène dans un terrain à explorer... et pour lequel il s'agit de trouver des chemins, des voies d'accès ; ensuite viennent les topographes qui dressent les cartes d'Etat-Major, c'est ce qu'on appelle Bourbaki, ils dressent la carte d'Etat-Major du terrain conquis. Les topographes, eux, ne conquièrent pas beaucoup de terrain, et ils sont toujours obligés de modifier les cartes après les découvertes nouvelles...

JACQUES NIMIER : Oui, vous avez l'impression qu'on explore un terrain...

CHARLES PISOT : Comme si cela existait déjà.

JACQUES NIMIER : Comme si ça existait et qu'il faille le découvrir.

CHARLES PISOT : ... et je pense que tous les mathématiciens ont cette sensation, même s'ils ne le disent pas, ou qu'ils disent le contraire. C'est un peu le même plaisir que celui de l'explorateur.

JACQUES NIMIER : Oui, vous vous sentez explorateur.

CHARLES PISOT : C'est ça, oui, oui. Il suffit de trouver un chemin, même compliqué ; ensuite on arrive à trouver des chemins plus simples, mais très souvent les démonstrations d'un nouveau théorème sont d'abord très compliquées mais ensuite tout s'arrange...

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que c'est que ce terrain à explorer ?

CHARLES PISOT : On aimerait bien le savoir !

JACQUES NIMIER : Oui, vous n'y avez jamais pensé ?... quelque chose qu'on

explore...

CHARLES PISOT : Oui, les mathématiques c'est tout à fait ça, et elles semblent s'étendre à l'infini.

JACQUES NIMIER : Oui.

CHARLES PISOT : Plus on va et plus elles s'ouvrent dans toutes les directions.

JACQUES NIMIER : Oui, quelque chose d'infini, à votre avis.

CHARLES PISOT : J'en ai l'impression, on a cette sensation, je ne sais pas si cela correspond à quelque chose.

JACQUES NIMIER : Ce qu'il y a d'intéressant, c'est cette sensation qu'ont les mathématiciens.

CHARLES PISOT : Il y a des gens qui disent : que peut-on encore trouver en mathématiques ? Vous entendez souvent ce genre de question.

JACQUES NIMIER : Oui.

CHARLES PISOT : Là, il n'y a pas de problème.

JACQUES NIMIER : Oui, il y a toujours quelque chose.

CHARLES PISOT : Et même des choses très jolies, très simples.

JACQUES NIMIER : A quoi, ça vous fait penser... une sorte de terrain, comme ça, à l'infini...

CHARLES PISOT : ... Le développement se fait comme un arbre qui croît, qui croît... ça s'arrêtera peut-être un jour, mais je ne sais pas trop... pas aussi longtemps qu'il y aura des hommes. C'est curieux cette espèce de tissu qui s'est développé là, dans l'humanité et où tous les mathématiciens se comprennent entre eux ; c'est ça aussi le plus remarquable ; c'est la seule chose humaine où vous pouvez dire à quelqu'un : voilà, vous vous êtes trompé à cet

endroit, ça c'est faux, et il est obligé de le reconnaître. Voyez-vous ailleurs où on puisse dire à quelqu'un : vous vous êtes trompé, c'est faux ?

JACQUES NIMIER : C'est vrai, oui.

CHARLES PISOT : Cela enseigne l'humilité et on n'est jamais très sûr, mais...

### **Erreurs, règles...**

JACQUES NIMIER : Oui, on a besoin des autres.

CHARLES PISOT : Oui, oui ; enfin on en a besoin plus ou moins, mais en tout cas, les autres peuvent vous montrer votre erreur et quand on vous a montré votre erreur, il n'y a rien à faire, il n'y a plus qu'à s'incliner, c'est faux ; effectivement, là on n'avait pas fait le bon raisonnement...

JACQUES NIMIER : Oui, c'est vrai, il n'y a qu'en mathématiques...

CHARLES PISOT : Oui, c'est pour cela que souvent les mathématiciens sont des hommes très rigides, parce qu'ils n'admettent pas les erreurs, vous ne trouvez pas ? Et ils se construisent aussi, souvent, une image du monde très stricte...

JACQUES NIMIER : C'est-à-dire qu'ils n'acceptent pas les lacunes, comme vous le disiez au début.

CHARLES PISOT : Eh oui...

JACQUES NIMIER : Et pourquoi cela ?

CHARLES PISOT : Eh bien ! Il faut que tout marche par des règles, c'est la règle qui semble la chose essentielle au mathématicien.

JACQUES NIMIER : La règle...

CHARLES PISOT : Qu'est-ce qu'un axiome ? C'est une règle. La règle du jeu : on a le droit de faire ceci ou cela. C'est comme pour les échecs, pour

chaque pièce on a le droit à telle et telle règle, et il n'y a pas d'exceptions, on n'accepte pas une exception à la règle, tout est codifié à l'avance... c'est sans doute pour cela que je n'aime pas l'art sans règles.

JACQUES NIMIER : Ah! oui... dans les calendriers, il y avait aussi des règles.

CHARLES PISOT : Eh! oui, il y avait des tas de règles et c'est cela qui me passionnait : tant de jours par mois... et tous les sept jours il y a un dimanche...

JACQUES NIMIER : D'où venait cet amour des règles que vous aviez déjà à cet âge-là ?

CHARLES PISOT : Il faut bien penser quand même que c'est dans la nature humaine d'avoir des règles, puisqu'on doit vivre en société et vivre en société n'est possible qu'avec des règles, sinon je ne vois pas...

Donc, il faut bien que cela soit inné, sinon chaque homme vivrait de façon individuelle.

JACQUES NIMIER : C'est ce qui permet de vivre avec les autres ?

CHARLES PISOT : De vivre avec les autres...

JACQUES NIMIER : D'être uni aux autres...

CHARLES PISOT : Aussi, et que cela fasse une société cohérente... mais les règles sont dans un certain sens assez arbitraires. On peut imaginer des tas de systèmes de règles différentes et d'ailleurs dans les mathématiques, il y en a aussi.

JACQUES NIMIER : Oui, l'important est qu'elles existent.

CHARLES PISOT : Oui... il faut les avoir posées... ça me donne un sentiment de malaise, l'absence de règles.

JACQUES NIMIER : De malaise ?

CHARLES PISOT : Je ne sais pas, je ne me sens pas en sécurité... on s'embarque dans de la philosophie en ce moment.

JACQUES NIMIER : Non dans notre vécu... dans ce que vous représentez...

### **Retour aux enfants, petits enfants ! (une nouvelle généalogie)**

CHARLES PISOT : Eh ! bien, je dirai que c'est une aventure passionnante et surtout par le fait qu'on a des élèves qui continuent dans des directions qu'on a commencées et qu'on n'a pas pu continuer ; c'est eux qui développent, certains trouvent des choses tout à fait nouvelles... je suis très content de ce qui s'est passé.

JACQUES NIMIER : C'est une sorte de paternité par les mathématiques...

CHARLES PISOT : Oui, on parle d'enfants, petits-enfants, etc. J'ai déjà un arrière petit-fils qui est mon collègue à Paris, et qui a maintenant de nouveaux élèves qu'il est en train de former : cela fera la cinquième génération. Cela fait quand même plaisir,... et surtout que pour cette discipline, qui n'existait plus en France, maintenant la France est de nouveau dans le peloton de tête.

JACQUES NIMIER : Ah ! Bon...

CHARLES PISOT : Oui, maintenant nous pouvons nous considérer comme les égaux des Russes, des Américains, et l'école française est bien appréciée : alors ça fait tout de même plaisir... maintenant, j'ai l'impression que je peux partir à la retraite avec la sensation que ça continuera, que je n'ai plus besoin de les soutenir : ils volent de leurs propres ailes, ils vont faire autre chose que ce que j'ai fait, alors ça va très bien... La culpabilité de faire certaines mathématiques

JACQUES NIMIER : Il fallait recréer un mouvement ?

CHARLES PISOT : Oui, la difficulté, c'était d'avoir des élèves au départ parce qu'il y avait une espèce d'état d'esprit parmi les jeunes mathématiciens qui pensaient que la théorie des nombres était une occupation secondaire, que ce n'était pas aussi noble que de faire par exemple de la géométrie algébrique

ou d'autres théories de ce genre, moi-même j'étais dans ce mouvement aussi. Heureusement que j'ai pu passer une année aux Etats-Unis, où il y avait tout un groupe de théoriciens des nombres qui m'avaient invité.

J'ai vu alors, de là-bas, l'image des mathématiques françaises vue des Etats-Unis. Eh bien, cela m'a regonflé, cela m'a redonné du courage et cela a vraiment bien démarré à mon retour des Etats-Unis parce que je me sentais l'équivalent des autres mathématiciens, puisqu'avant j'étais toujours le petit garçon... qui avait fait quelque chose d'un peu défendu !

JACQUES NIMIER : Vous vous sentiez coupable ?

CHARLES PISOT : Oui, de faire de la théorie des nombres ; je me disais : je fais quelque chose qui m'amuse mais qui n'est peut-être pas ce qu'il faudrait que je fasse. Mais mon séjour aux Etats-Unis m'a donné confiance en moi... c'est important quand on veut créer quelque chose. Alors, j'ai vu que la théorie des nombres était considérée comme une bonne discipline.

JACQUES NIMIER : Etait admise ?

CHARLES PISOT : Oui, était admise.

JACQUES NIMIER : Et pourquoi vous sentiez-vous coupable ?

CHARLES PISOT : Mais de faire des mathématiques qui m'amusaient et non pas des mathématiques que j'aurais dû faire, des mathématiques nobles... or, finalement, il faut faire dans les mathématiques ce qui vous plaît, c'est la première des règles.

## ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR JACQUES RIGUET

Jacques Riguet (1921-2013) était un mathématicien français connu pour ses contributions à la logique algébrique et à la théorie des catégories.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

### **Comment un “cancre” peut-il devenir mathématicien ?**

JACQUES NIMIER : Avez-vous commencé par être professeur de mathématiques ?

JACQUES RIGUET : J’ai été professeur de mathématiques pendant quelques mois seulement, à vrai dire, dans des circonstances un peu particulières, puisque j’ai été professeur de mathématiques, du mois de février au mois de juillet en 1945, dans le lycée même où j’avais fait mes études, c’est-à-dire au lycée de Compiègne qui, à l’époque, était encore un collège ; en ce qui concerne mes études dans ce collège, j’ai été un assez mauvais élève. Enfin, j’étais, pour résumer ça d’un mot qui était employé par mes professeurs de l’époque, un amateur, c’est à-dire que je ne m’intéressais, je ne travaillais et je ne donnais de bons résultats que dans les matières qui présentaient de l’intérêt pour moi.

J’ai été un cancre absolu en histoire et géographie, par exemple, et je crois que j’ai été un cancre absolu aussi en mathématiques jusqu’à la classe de quatrième, car je crois que ce n’est qu’à ce niveau là qu’on commençait l’étude de la géométrie... Dès la classe de quatrième, j’ai commencé à m’intéresser à la géométrie et mon attrait pour la mathématique, si vous voulez, a débuté avec la géométrie puis l’algèbre puisqu’on commençait sans doute l’algèbre en troisième. Ce qui m’a ravi à l’époque, c’est la liaison entre l’algèbre et la géométrie...

JACQUES NIMIER : Vous vous souvenez donc bien de cette époque de la quatrième, lorsque la géométrie vous a fait démarrer en mathématiques...

JACQUES RIGUET : Oui, oui, mes premiers souvenirs sont des souvenirs de géométrie plane... de constructions géométriques, c'est-à-dire que je me souviens avoir cherché à systématiser un peu les petites constructions qu'on faisait.

### **De l'influence d'un Grand-Père**

JACQUES RIGUET : Je crois que, dès cette époque, j'avais inventé à mon usage personnel un signe, que je peux vous dessiner du reste et qui était le signe de l'implication. C'était un C si vous voulez, un C avec une barre en haut, il y avait aussi le signe réfléchi OC qui était en somme la condition nécessaire et suffisante. Mais enfin, quand je dis que c'était mon invention personnelle, c'est beaucoup dire. J'avais eu cette chance, mon grand-père étant libraire, de pouvoir disposer de vieux livres de géométrie, de physique et autres, et j'allais fouiller là-dedans et j'étais tombé sur un petit livre de... Simon, je crois "Comment résoudre les problèmes de géométrie".

Je crois que ce petit livre était précédé d'une introduction expliquant ce que c'était qu'une condition nécessaire et suffisante en quelque sorte, et je crois que c'est à partir de là que j'avais essayé de mettre déjà un petit peu en formules ce qui était dit dans cette introduction...

JACQUES NIMIER : Vous avez eu cette chance d'avoir un grand-père qui vous offrait ces possibilités...

JACQUES RIGUET : Oui, ça a été le premier stade et puis le deuxième stade : la chance d'avoir eu dans le rayon de mon grand-père des livres de constructions géométriques. Maintenant, je crois que ma mémoire défaille un petit peu, là ; je crois que ce livre à vrai dire, je ne l'ai eu que plus tard ; quand je dis que j'étais en quatrième à ce moment-là, je ne le pense pas, j'ai dû ne le découvrir que plus tard, j'ai dû ne le découvrir peut-être qu'en classe de seconde au moment où on faisait de la géométrie dans l'espace et je me suis dit : c'est vraiment dommage que je n'ai pas eu ce livre-là au moment où nous étudions la géométrie plane ; je ne sais plus très bien, il faudrait que je replonge dans mes souvenirs...

JACQUES NIMIER : Oui et...

JACQUES RIGUET : Eh bien, alors vraiment à ce moment-là, oui, je dois vous dire que, si je me souviens bien, je n'ai quand même pas été un excellent élève en mathématiques... parce que je n'ai commencé à y prêter véritablement attention qu'à partir d'un certain moment, peut-être après deux ans ; je pense que c'était vers la classe de seconde que je m'y suis mis... je me suis pris vraiment au jeu...

### **Le lien et l'harmonie**

JACQUES RIGUET : Mais, il y a eu aussi l'influence de la physique. Je me souviens très bien par exemple de cette formule  $1/p + 1/p' = 1/f$ , où il y avait des questions de signe : on ne savait jamais de quel signe  $p$  et  $p'$  étaient et ça m'avait tellement agacé de ne pas savoir exactement. Le professeur donnait de vagues idées là-dessus, mais ce n'était pas net dans mon esprit et un beau jour j'étais tellement agacé par ça que je me suis dit : il faut que je m'y mette. Je m'y suis mis et alors bon : le "segment" ON avec une barre dessus c'était - NO, n'est-ce pas, enfin la loi de Chasles, et un petit peu les vecteurs si vous voulez, mais les vecteurs dans un espace vectoriel de dimension "un". Et alors, ça aussi, ça a été un aiguillon dans cette liaison entre algèbre et géométrie. Ça m'avait beaucoup excité à l'époque.

Bon, mais j'aimais beaucoup la chimie (j'aime encore beaucoup la chimie) et c'était l'époque où je lisais les livres de Marcel Boll "Qu'est-ce que l'électricité?", "Qu'est-ce que la chimie?", etc. C'est à-dire que pour moi il y avait une espèce d'harmonie... Il n'y avait pas mathématiques pures et mathématiques appliquées, il y avait une espèce d'harmonie de systèmes logiques qui donnait la clé de l'explication d'une partie du monde...

### **L'intérêt apparaît avec les difficultés**

JACQUES RIGUET : Alors situer tout ça à partir de quelle classe?... c'est difficile, mais, si vous voulez, disons que quand j'étais en classe de seconde, j'avais vraiment la passion de la chimie d'abord, de la physique et des mathématiques, mais les mathématiques... je crois qu'à cette époque-là, elles n'étaient qu'en troisième position. Elles ne sont venues à la première posi-

tion qu'au moment où on m'a donné vraiment des problèmes, par exemple de géométrie dans l'espace, des problèmes vraiment plus difficiles à résoudre ; alors là, n'est-ce pas, la présence d'une difficulté plus grande à surmonter m'a sans doute conduit à m'intéresser davantage aux mathématiques. C'est à ce moment-là que j'ai été un bon élève en mathématiques...

JACQUES NIMIER : Parce qu'il y avait des difficultés plus grandes...

JACQUES RIGUET : Parce qu'il y avait des difficultés plus grandes, mais il y a eu aussi... il faut l'avouer en toute humilité, il y a eu aussi l'aiguillon des petits camarades : se sentir plus fort que les autres, voir que les autres pataugent et que vous, vous êtes capable ; vous commencez à sentir que vous êtes plus doué qu'eux et... ça joue, ça

### **Médecine ou Mathématiques ?**

JACQUES NIMIER : Oui... et votre orientation, comment s'est-elle faite par la suite...

JACQUES RIGUET : J'ai quand même été toujours attiré par la médecine aussi ; bien que l'enseignement que l'on donnait à cette époque-là en sciences naturelles ne donnait qu'une vague idée de ce que pouvait être la médecine, mais... à ce moment-là j'ai vraiment hésité. Enfin, au moment de prendre une décision pour le choix d'une profession, je crois que j'ai dû dire à mes parents : je veux être médecin, et mes parents n'ont pas appuyé cette suggestion pour des raisons essentiellement économiques, je crois : les études de médecine coûtaient fort cher. Et puis, peut-être, est-ce que j'ai eu à ce moment-là quand même le sentiment que si je m'embarquais dans la médecine, je ne pourrais pas continuer à faire des mathématiques, alors que faisant des mathématiques, j'avais très peu de chance de faire de la médecine ; c'est ça qui me faisait hésiter... enfin toujours est-il que... je me suis décidé à faire "Mathématiques Spéciales", ce qui a été plutôt pour moi une catastrophe... D'abord j'ai été très mal conseillé. Je me souviens par exemple, qu'on m'avait dit : ce passage de Math-Elem à Math-Spé, c'est un passage difficile. Alors, je me suis dit : eh bien ! je vais m'y préparer pendant les vacances, je vais demander conseil à diverses personnes et on m'a très mal conseillé... et je me suis trouvé tout à fait désorienté au moment où je suis entré en Mathé-

mathématiques Spéciales. Désorienté et déçu, parce que j'avais comme je vous l'ai déjà dit, inventé pour moi un petit système logico-mathématique de formalisation... et les mathématiques spéciales ne répondaient pas du tout à cette attente, au contraire, ça me replongeait plutôt dans cet univers détesté qui avait été celui des classes de quatrième : ces mathématiques de la règle de trois que je haïssais profondément...

Donc, ça a été une grosse déception et un échec à la fois... un échec à la fois sur le plan scolaire et sur le plan psychologique aussi...

Si bien que j'ai décidé, au grand désespoir de mes parents de lâcher les mathématiques spéciales et de commencer une licence à la fac ; alors là, j'ai retrouvé les mathématiques que je désirais. Enfin, pas exactement. Bourbaki n'existait pas encore, malheureusement, à l'époque... Enfin, si, il existait, mais il aurait fallu, là aussi, un coup de hasard qui n'a pas eu lieu pour que je tombe sur Bourbaki. Et puis, ça n'aurait pas été très bon, non plus, pour mes études universitaires de l'époque, n'est-ce pas ? Enfin, heureusement, je n'ai pas trop insisté du côté Mathématiques Spéciales.

### **La liberté apportée par les maths**

JACQUES NIMIER : Mais à votre avis, qu'est-ce qui vous a fait pencher du côté mathématiques plutôt que du côté médecine, au moment où vous en aviez justement le choix ?

JACQUES RIGUET : Je crois, qu'il y a eu à l'époque quelque chose d'assez profond. C'est vraiment presque sur le plan psychanalytique. Je crois que j'ai... enfin, c'est comme ça que je le vois maintenant, je crois qu'inconsciemment à cette époque-là, j'ai eu peur, étant médecin, d'être enfermé dans un certain mode de vie, de ne plus pouvoir m'en dégager, alors que les mathématiques, (bien qu'évidemment sur le plan matériel, elles ne m'apportaient peut-être pas autant de confort) me permettaient une vie beaucoup plus libre...

JACQUES NIMIER : Un mode de vie...

JACQUES RIGUET : Oui, parce qu'il faut dire que ma famille a toujours été

pour moi, c'est comme ça que je l'ai vue...

JACQUES NIMIER : Oui,...

JACQUES RIGUET : ... très oppressante et si j'étais devenu médecin, je crois que l'emprise de ma famille aurait continué, alors que mathématicien, je pouvais m'en éloigner davantage. Oui, parce qu'il ne faut jamais oublier que, dans ces questions, il y a aussi d'autres aspects... je pense que vous avez déjà passé en revue un certain nombre d'aspects psychologiques chez les mathématiciens et il est bien clair que par exemple la fixation à la mère joue un rôle, chez le mathématicien, sans doute, plus que dans une autre profession.

### **“Mathématiques et sexualité”**

JACQUES NIMIER : Mais comment voyez-vous ça pour vous-même ?

JACQUES RIGUET : ...Enfin, je dis fixation à la mère..... je pense que ça n'a pas été tellement mon cas, mais je le vois surtout chez mes collègues, si vous voulez... enfin, ça me paraît être une chose assez fréquente chez les scientifiques en général et chez les mathématiciens en particulier... moi ?... il y aurait peut-être un livre à écrire et qui serait “Mathématiques et sexualité” (*rires*)...

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qui vous fait penser à ça ?

JACQUES RIGUET : (*rires*)... oui, du reste... à un certain moment, je me suis demandé s'il n'y avait pas quelque chose en mathématiques de privilégié, à savoir que : un problème, c'est résolu ou c'est pas résolu, n'est-ce pas ; il y a une sorte de guillotine, une espèce de couperet, une espèce d'instant où, d'un seul coup tout se dénoue, n'est-ce pas ? Je ne dirais plus ça maintenant, c'est pas tellement vrai, mais enfin on a quand même l'illusion... on a quand même l'impression de ça, que finalement c'est un petit peu comme... faire l'amour, si vous voulez, finalement ; vous parvenez à accomplir l'acte sexuel ou vous n'y parvenez pas, n'est-ce pas ? Il y a vraiment un instant où... on pourrait essayer d'établir une espèce de parallélisme entre l'accomplissement de l'acte sexuel et la résolution d'un problème. En fait, bien sûr, je crois que c'est quand même assez superficiel ça, parce que d'abord on résout jamais d'un seul coup un problème, il a fallu beaucoup de tentatives, beaucoup

d'échecs pour y parvenir et puis quand on regarde d'un petit peu plus près l'acte sexuel, là aussi il y a beaucoup à dire et il y a quand même tellement de facteurs qui interviennent dans son accomplissement que... Est-ce que cet instant guillotine existe ou non ? Là aussi quand on y regarde d'un petit peu plus près... cette discontinuité qui semble être parallèle entre la discontinuité du non résolu et du résolu ou bien de l'acte sexuel non accompli et accompli, quand on y regarde d'un petit peu plus près, cette discontinuité est beaucoup moins brutale qu'il ne semble. Néanmoins, il y a quand même là quelque chose et quelque chose qui est plus marqué en mathématiques qu'ailleurs...

JACQUES NIMIER : La guillotine, le couperet... Qu'est-ce que c'est que cette guillotine, ce couperet... ?

JACQUES RIGUET : ... oui, enfin, je crois que mes comparaisons sont très mauvaises... guillotine ou couperet, non,... il faudrait, je ne sais pas, il faudrait trouver d'autres termes parce qu'au contraire, c'est quelque chose qui n'est pas sinistre comme une guillotine mais au contraire très réjouissant... c'est plutôt une pièce dans l'obscurité puis une fenêtre que l'on ouvre d'un seul coup et les rayons du soleil qui viennent inonder la pièce ; c'est plutôt ça, n'est-ce pas ? Non, enfin quelque chose de très discontinu, de très soudain... et il y a quand même du point de vue physiologique une certaine analogie entre l'extrême tension que vous avez quand vous êtes à la recherche d'un problème et, une fois la solution trouvée... ce relâchement. C'est tout à fait parallèle à ce qui se passe dans l'acte sexuel... avec, peut-être aussi ce léger sentiment de tristesse qui l'accompagne de savoir que maintenant que le problème est résolu, il y a quelque chose de perdu aussi...

Je crois que... il y a une très jolie formule que je peux vous citer... je pense que vous la connaissez : c'est celle de Simon Stevin qui étudiait un équilibre qui était obtenu par un triangle dont l'hypoténuse reposait sur le plan, et un collier de boules. Ce collier était posé sur le triangle. C'était à l'époque où on faisait des recherches sur le mouvement perpétuel.

Il y avait des gens qui cherchaient encore à construire des machines produisant le mouvement perpétuel et une de ces machines était justement ceci : un triangle rectangle, donc un côté plus incliné que l'autre et le collier devait tourner indéfiniment parce que la pente était plus raide d'un côté que de l'autre et Stevin en faisait le calcul pour voir quelles étaient les forces

qui s'exerçaient à droite et à gauche. Mais lorsqu'il eût résolu le problème, il éprouva une certaine tristesse car il se disait : la merveille n'est plus la merveille... il avait détruit une certaine illusion...

Voilà, et alors je crois que, dans l'acte sexuel, il y a un petit peu de ça aussi, une certaine tristesse parce que, je ne sais pas, inconsciemment on se dit peut-être, finalement est-ce que je vais parvenir à avoir autant de plaisir, autant de jouissance en recommençant une nouvelle expérience, c'est ça.

Il y a quand même un certain parallélisme, mais tout ce que je vous dis là, ce n'est pas dégrossi du tout, c'est un petit peu comme ça me vient, mais il y aurait quelque chose à tirer de là, je crois. Et je crois quand même que les mathématiques ont une position privilégiée, parce que dans les autres sciences, c'est quand même moins net, c'est-à-dire que la solution vient par morceaux, si vous voulez, elle ne vient pas comme ça d'un seul coup...

### **La nécessité du refus du monde extérieur : les maths-refuge**

JACQUES RIGUET : On pourrait dire que les mathématiques sont plus masculines et que les autres sciences sont plus féminines, si vous voulez, si... toutefois on peut comparer la jouissance masculine et la jouissance féminine, mais il semble bien quand même que...

JACQUES NIMIER : Et pourtant tout à l'heure, vous avez parlé de fixation à la mère... ça a l'air un peu contradictoire...

JACQUES RIGUET : ... oui... c'est parce que je crois qu'à moins de circonstances particulières... bon, il y a les fils qui sont fils de mathématiciens et qui vivent dans cette ambiance, etc. mais pour quelqu'un dont les parents n'ont absolument exercé aucune pression sur leur fille ou sur leur fils pour qu'il fasse des mathématiques ou des études scientifiques, il faut... (oh ! c'est pas commode!)... mais je crois que c'est quand même ça, il faut le refus d'une grande partie du monde extérieur, il faut que le monde qui vous est offert en tant qu'enfant ou qu'adolescent ne présente pas tellement d'attrait pour vous, parce que c'est dur quand même le début des mathématiques, n'est-ce pas, et alors si vous êtes trop attiré par le monde extérieur vous n'y parvenez pas...

JACQUES NIMIER : Ca vous rappelle des souvenirs ?

JACQUES RIGUET : Oui, bien sûr, ça me rappelle, oui,... il est bien clair que pour moi, vers la classe de troisième, les études scientifiques ont été pour moi un moyen d'échapper à ma famille. A cette époque-là, devenant adolescent, je commençais à haïr ce mode de vie et ça c'était pour moi un refuge...

Je ne crois pas qu'il soit très bon d'avoir une enfance, une adolescence plutôt heureuse, parce que vous êtes trop attiré par le monde extérieur. Enfin, une chose qui m'a gêné, si vous voulez, c'est que finalement à cette époque-là aussi, j'ai été assez attiré par la littérature et la philosophie... parce que ça aussi c'est un moyen de sortie de la vie familiale, et qui me donnait même des moyens plus puissants pour y résister, puisque bon : Valéry, Gide, Proust, etc. c'était des écrivains libérateurs, oui, mais sans que jamais j'y aie attaché plus d'importance, si vous voulez, qu'à cette libération que constituait l'étude scientifique parce que j'ai l'impression qu'il y avait là comme une mystification.

JACQUES NIMIER : la littérature... ?

JACQUES RIGUET : Oui, mystification, enfin phénomène de classe, si vous voulez... (*silence*)

JACQUES NIMIER : En quoi les maths sont-elles libératrices ?

JACQUES RIGUET : Ah! attention, libératrices, ça dépend dans quel sens, ça dépend par rapport à qui!

JACQUES NIMIER : Dans le sens où vous l'avez vécu.

JACQUES RIGUET : Je crois qu'elles sont libératrices... eh bien! écoutez, ne serait-ce que parce que si vous êtes enfermé dans quelque chose, les mathématiques c'est un moyen d'évasion. Pensez à Poncelet, par exemple, qui était prisonnier dans les prisons russes lorsqu'il a écrit son traité de Géométrie projective. Il était captif, et je crois que les exemples ne manquent pas d'œuvres mathématiques qui ont été écrites justement au moment où vous ne pouvez pas faire autre chose et que vous devez nécessairement avoir une certaine activité. Car les mathématiques ont ce privilège aussi qu'elles ne

nécessitent vraiment qu'un crayon et un bout de papier... et une corbeille à papiers (*rires*)...

### **Cet objet perdu, retrouvé et toujours disponible**

JACQUES RIGUET : Oui, du reste vous savez bien que nous sommes très jaloués par nos collègues physiciens ou chimistes : le mathématicien, il peut prendre le train, sa voiture et puis il peut aller travailler n'importe où. Il lui suffit, au besoin, d'un ou deux livres. Il peut même très bien s'en passer à la rigueur et les exemples ne manquent pas de gens qui avaient besoin d'un livre ; le livre a été détruit ou perdu, pendant la guerre par exemple, eh bien ! vous refaites les démonstrations. Evidemment ça exige un effort considérable, mais cet effort porte toujours ses fruits.

On peut dire que si quelque chose est perdu, ce n'est jamais perdu complètement parce qu'on va pouvoir par l'effort, le retrouver et le retrouver d'une autre manière : ça ne sera jamais la même chose et ça sera meilleur.

On connaît dans l'histoire des mathématiques, l'histoire des manuscrits perdus et refaits et retrouvés et mieux retrouvés que si on les avait retrouvés réellement. Alors, si vous voulez, c'est libérateur, en ce sens que vous sentez, quoi qu'il puisse vous arriver... à moins bien sûr que je perde la vue, les trois jambes (*sic!*)... les deux jambes les... bon, mais si je reste dans mon intégrité physique et mentale, eh bien ! il peut m'arriver des tas de choses épouvantables, malgré tout, j'aurai toujours à ma disposition l'univers des mathématiques.

Donc, c'est déjà libérateur en ce sens que c'est déjà une espèce de certitude sur laquelle vous pouvez vous appuyer, une espèce de force en vous qui vous permet justement de vous détacher, de peu souffrir de conditions de détention, de captivité dures pour vous. C'est arrivé à tout le monde d'être hospitalisé, n'est-ce pas, eh bien ! je me souviens que, lorsque j'étais dans une clinique, le médecin m'avait fait la remarque : vous, intellectuel, vous supportez bien mieux que tout le monde le fait d'être alité, parce que vous continuez à travailler... alors, c'est libérateur en ce sens.

Et puis, je vous ai parlé de ma famille : j'étais un petit peu prisonnier en

tant qu'adolescent, là aussi, c'est une chose qui m'a libéré de ma famille...

Maintenant, on pourrait dire aussi que c'est aliénant puisque c'est quelque chose qui me permet de m'accommoder d'une certaine situation, alors que ça m'éloigne du chemin de la révolte, bien sûr... bien sûr...

### **L'univers mathématique**

JACQUES NIMIER : Vous avez parlé tout à l'heure de ce monde mathématique, vous avez utilisé ce terme...

JACQUES RIGUET : Oui, oui...

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que c'est pour vous ce monde mathématique ?

JACQUES RIGUET : Oui, l'univers des mathématiques... c'est presque une chose à laquelle on pourrait donner une apparence matérielle. C'est même une chose que j'avais essayé de faire à un certain moment. On m'avait demandé, pour l'exposition d'Osaka au Japon un petit film sur les mathématiques modernes... malheureusement c'était un scénario qui au départ durait vingt minutes et puis ça s'est réduit à cinq minutes, c'est-à-dire que je ne pouvais plus rien faire quoi ! Enfin dans le scénario de vingt minutes, j'avais essayé de matérialiser ça en faisant un très bref historique du développement des mathématiques, c'est-à-dire qu'au début, l'univers des mathématiques se présentait comme une sphère, avec deux ou trois vagues continents qui étaient : la géométrie, l'arithmétique et la logique et puis peu à peu tout ça nimbait dans le brouillard, tout ça se dégageait petit à petit et on arrivait au Moyen Age et au XVII<sup>ème</sup> siècle avec Descartes. Alors, il y avait des ponts qui se formaient entre ces continents, par exemple, il y avait Descartes qui jetait un pont entre l'algèbre et la géométrie. Il y avait de nouveaux promontoires qui se formaient, par exemple le développement par Pascal et Bernouilli du calcul des probabilités : une espèce de prolongement de l'analyse. Et puis, on suivait ça avec la caméra et au XIX<sup>ème</sup> siècle, il y avait un fourmillement de nouvelles excroissances et ça s'embrouillait, ça devenait une espèce de monstre. Alors finalement Bourbaki arrivait et rendait ce monde plus architecturé, beaucoup plus cristallin ; ainsi ces continents-là qui étaient tout à fait informes au départ devenaient des espèces de temples avec des parois belles

et rigides et les communications entre ces divers secteurs étaient elles aussi très architecturées. Alors, c'est un petit peu ça l'univers des mathématiques que j'essayais de figurer dans ce film et, au fond, je crois que c'est ça cette espèce de palais immense, on se promène là-dedans et...

JACQUES NIMIER : Un monstre qui s'est transformé en palais...

JACQUES RIGUET : Oui, oui... une espèce de monstre. Voyez c'était au XIX<sup>ème</sup> siècle, c'était ça : une espèce de monstre. Il y a des films d'anticipation qui montrent des mutants avec d'énormes têtes et dont le cerveau n'est même plus enveloppé dans une enveloppe osseuse... le cinéaste qui m'avait réalisé ça, avait réussi assez bien à la matérialiser avec du plastique.

### **La recherche en mathématique**

JACQUES RIGUET : Mais pratiquement quand on fait de la recherche, c'est pas tout à fait comme ça que ça se présente. Bon, si vous voulez, c'est une comparaison que j'emploie souvent avec mes étudiants : les mathématiques, celles de la recherche, c'est une espèce de forêt vierge ; pas tellement à explorer, mais où il faut percer : vous avez un certain point à atteindre, vous savez que c'est à peu près par là, et il faut percer. Et si vous percez comme ça tout droit... il y a des gens qui font ça ; ça permet même de diversifier un petit peu les races de mathématiciens : c'est qu'il y a des gens qui ont une force extraordinaire. Ils y vont au coupe-coupe, ils scient tous les arbres qui sont devant eux, ils y vont au bulldozer ; et ils ont une telle force qu'ils arrivent à faire des choses intéressantes. Mais je crois que ce n'est pas ça qu'il faut faire.

Ce qu'il faut faire, c'est un petit peu tâter le terrain... puis alors, là, il y a évidemment le flair. Se dire : bon ! si je vais tout droit, c'est très broussailleux par-là, il vaut peut-être mieux un peu obliquer et là, ça à l'air plus clair, etc. et puis alors, à chaque fois que vous avez devant vous un gros obstacle, une montagne, un roc... il ne faut jamais aller devant, il faut toujours essayer de tourner... et je crois qu'il y aurait aussi toute une analyse de l'histoire des mathématiques à faire, ce sera l'histoire du détour.

Finalement, on n'a jamais résolu de vraiment gros problèmes en les attaquant de front. Il y aurait peut-être quelques exceptions mais, en général, on

contourne toujours l'obstacle et, en mathématiques, il y a beaucoup de démonstrations qui sont plus intéressantes par elles-mêmes que par ce qu'elles démontrent.

Je crois qu'il y a un mot de Valéry là-dessus qui dit à peu près que ce qu'on trouve, ce n'est pas toujours ce qu'on a cherché et finalement ce qu'on a trouvé est plus intéressant que ce qu'on a cherché.

Alors finalement, je crois que l'important, ce n'est pas tellement d'avoir trouvé un chemin qui, partant du point A, aille vers le point B qui constituait le but, mais c'est de trouver des chemins, j'allais presque dire des chemins royaux...

Je crois que c'est Ptolémée qui disait qu'il n'y avait pas de voie royale en mathématiques, c'est vrai et ce n'est pas vrai; c'est-à-dire que dans cette forêt vierge des mathématiques, il y a quand même des chemins : les "Mutter-Structur" de Bourbaki. Ces structures-mères se sont dégagées peu à peu et ce sont les chemins royaux. Ce sont même de grandes autoroutes à travers la forêt vierge ! Donc, il y a quand même des chemins privilégiés et c'est une forêt vierge qui n'est pas homogènement embroussaillée. Mais, il y a aussi des points forts, des points de résistance, des points faibles et tout le travail du mathématicien consiste à éprouver la résistance de ces murailles qui sont devant lui et à flairer quels vont être les points plus faibles que les autres, les points de passage...

JACQUES NIMIER : Et dans quel but ?

JACQUES RIGUET : Bien sûr, le but c'est toujours de résoudre un certain nombre de problèmes, mais encore une fois ce qu'on trouve en cherchant un certain problème est plus intéressant, plus fructueux aussi que la solution du problème lui-même... Il y aurait une classification des problèmes mathématiques à faire. Il est bien clair, par exemple, que les problèmes d'arithmétique, beaucoup de problèmes d'arithmétique sont des problèmes qui, une fois résolus, ne vont rien apporter; car les résultats seront des choses tellement particulières que ça ne va rien vous apporter. Mais, par contre, il y a des problèmes qui vont vous apporter une floraison de théorèmes nouveaux et la structuration de tout un domaine.

## **Le rêve de condenser, relier pour combler une insatisfaction qui remonte à très loin**

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qui fait que, finalement, vous avez choisi telle partie, tel domaine ?

JACQUES RIGUET : J'ai toujours été, au départ, très préoccupé par les aspects logico-mathématiques et l'objet de ma thèse a été d'essayer de dégager cette partie de la théorie des relations qui avait été surtout travaillée par les logiciens, d'en faire une étude mathématique purement algébrique pour la dégager de cette espèce de gangue philosophico-logique qui avait été l'enveloppe à peu près obligée de toutes les études qui avaient été faites sur ce sujet-là...

Et à cette époque, j'ai cherché quelque chose qui a été trouvé depuis et qui est la théorie des catégories ; c'est-à-dire, que j'ai commis une erreur à cette époque-là, c'est de croire que ce qu'on fait maintenant avec la théorie des catégories, ça pouvait être fait d'une manière intrinsèque sur des ensembles doués de structures. Or, je me suis rendu compte depuis qu'on ne peut jamais tirer grand-chose de l'étude d'un objet mathématique. Pour comprendre ce qu'est un certain objet mathématique, il faut le comparer avec d'autres objets plus ou moins semblables. Et c'est justement ça que fait la théorie des catégories ; une catégorie, après tout, c'est une collection d'objets mathématiques et ces objets sont reliés entre eux par des morphismes, c'est-à-dire qu'il y a certaines liaisons entre ces objets-là. Et mon erreur a été de croire que la théorie des relations allait être suffisante pour étudier les structures mathématiques.

On ne peut étudier une structure en soi, enfin on peut, mais ce n'est pas comme ça qu'il faut faire : étudier une structure, c'est la comparer avec d'autres structures et c'est la raison pour laquelle maintenant j'étudie la théorie des catégories... (*rires*).

JACQUES NIMIER : Est-ce que vous avez l'impression qu'il y a quelque chose qui vous a poussé à étudier ça plutôt qu'autre chose en mathématiques ?

JACQUES RIGUET : Ah oui!... parce que si vous voulez, ça résultait d'une certaine insatisfaction, d'une insatisfaction qui remonte très loin.

JACQUES NIMIER : Vous pourriez m'expliquer un peu ça ?

JACQUES RIGUET : ... je crois que, n'est-ce pas, je vous avais dit que, très tôt, j'avais été attiré et émerveillé à l'école secondaire par le parallélisme entre algèbre et géométrie. Mais les méthodes qu'on employait à ce moment-là me satisfaisaient très peu parce qu'on ne faisait pas d'algèbre sur les objets géométriques eux-mêmes, on introduisait un système de coordonnées, on introduisait des choses tout à fait extérieures aux objets mathématiques et quand j'ai été à la Faculté, c'est avec ravissement que j'ai appris les méthodes vectorielles, comme on disait à l'époque ; mais aussi tout ce qu'il y a derrière, c'est-à-dire le calcul des formes extérieures, enfin tout ce qui est géométrie différentielle extérieure intrinsèque.

JACQUES NIMIER : Votre insatisfaction résultait du fait qu'on n'arrivait pas à rester dans la géométrie, indépendamment du reste...

JACQUES RIGUET : Oui, oui, c'est ça... c'est ça, on n'arrivait pas à calculer directement sur les objets géométriques, oui, et, au fond si vous voulez, la théorie des relations, c'est quelque chose qui permettait de calculer directement sur des objets qui n'étaient pas nécessairement géométriques, et qui pouvaient être un peu n'importe quelle structure. Mon idée, c'était ça, n'est-ce pas, au fond c'était ça... trouver une géométrie intrinsèque. Et alors, mon idée c'était de faire ça, non plus seulement pour des structures géométriques, mais pour des structures plus ou moins arbitraires... et c'est à ce moment-là que j'ai découvert Bourbaki, et surtout le fascicule "Théorie des ensembles" de Bourbaki.

Je me suis basé beaucoup sur ce fascicule pour ma thèse. Ensuite, il y a eu la liaison avec la théorie des graphes, avec beaucoup de recherches anglo-saxonnes, la combinatoire aussi... mais dans tout ça, voyez-vous, je voulais retrouver une espèce d'unité à partir de la théorie des relations.

JACQUES NIMIER : C'est important pour vous, ce problème de l'unité ?

JACQUES RIGUET : Ah ! oui, oui, parce que c'est toujours cette espèce de rêve que j'ai en moi de condenser, d'avoir un instrument qui me permette de condenser au maximum, qui me permette d'avoir prise sur un immense

empire, si vous voulez, au moyen de tout petits germes, de tout petits embryons... n'est-ce pas.

Oui, parce que quand on parlait, par exemple, de Bourbaki et de toute cette mise en ordre des mathématiques, il faut bien se rendre compte qu'il y a eu un énorme progrès du point de vue condensation. Je ne sais pas si vous vous rendez compte, le nombre de volumes imprimés qu'on peut résumer d'un seul coup à l'aide d'un simple tome de Bourbaki... un énorme travail de condensation.

## ENTRETIEN AVEC LE PROFESSEUR RENÉ THOM

René Thom (1923-2002) était un mathématicien et épistémologue français, fondateur de la théorie des catastrophes. Il a reçu la médaille Fields en 1958.

Jacques Nimier (1929-2014) était un psychologue et professeur des universités français.

---

### La nostalgie de l'époque des triangles

JACQUES NIMIER : ... vous souvenez-vous de vos premières tentatives de recherches ?

RENÉ THOM : Oui, j'ai transposé tous les théorèmes connus de la géométrie de  $R^3$  dans la géométrie de  $R^4$  ça a été, si j'ose dire, ma première tentative de faire quelque chose d'un peu original ; mais c'était pour moi une façon d'arriver à comprendre comment était fait, disons un système de deux plans dans  $R^4$  etc. et je crois que j'étais arrivé à une très bonne intuition à cette époque, et je voyais déjà dans l'espace à quatre dimensions à l'âge de dix, onze ans.

JACQUES NIMIER : Et vous avez d'autres souvenirs de cette période ?

RENÉ THOM : C'est, je crois, à peu près la seule chose qui m'ait laissé un souvenir. Et puis aussi, le souvenir de l'espèce de scandale intellectuel que j'ai ressenti quand mon professeur de cinquième a dit qu'on pouvait calculer le nombre  $\pi$ . L'idée qu'on pouvait calculer  $\pi$  par des méthodes théoriques, c'est quelque chose qui, à l'époque m'a paru extrêmement mystérieux et fascinant.

JACQUES NIMIER : Oui, pourquoi ?

RENÉ THOM : On s'était habitué à mesurer  $\pi$  avec des ficelles autour de boîtes cylindriques, n'est-ce pas, et l'idée qu'il y avait des procédés théoriques permettant ce calcul était quelque chose pour moi, de radicalement neuf. Ça vous paraît tout banal, mais pour moi, à l'époque, ça ne l'était pas...

Ensuite, je crois que c'était en troisième, on faisait de la géométrie élémentaire ; mon professeur n'était pas un homme particulièrement brillant, mais il avait réussi à susciter mon intérêt et j'ai vraiment beaucoup aimé ça, je faisais des problèmes très compliqués de construction de triangles, etc. et c'est un peu, au fond, par nostalgie de cette époque que je défends la géométrie élémentaire contre les modernistes. Je pense, quant à moi, que si l'on persiste dans la voie actuelle, on va se priver d'une méthode de sélection qui était vraiment excellente et je ne serais pas étonné qu'on constate très certainement dans les années qui viennent, une certaine baisse de niveau des mathématiques en France à la suite de l'abandon de la géométrie euclidienne ; ça n'aurait rien d'étonnant.

JACQUES NIMIER : Vous avez parlé de nostalgie de cette période, qu'est-ce que représentait pour vous cette période ?

RENÉ THOM : ... Disons que c'était une certaine fraîcheur initiale, une espèce de volonté d'aller jusqu'au bout des possibilités de son esprit... l'idée qu'il n'y avait pas de problème que je ne puisse faire... après évidemment on a mis de l'eau dans son vin!... mais c'était ça : l'idée qu'il n'y avait pas de problème dont je ne pouvais venir à bout dans le domaine de la géométrie.

JACQUES NIMIER : Ca n'était pas la même chose dans les autres domaines ?

RENÉ THOM : Non, vous savez l'algèbre ne m'a jamais beaucoup intéressé.

JACQUES NIMIER : Et déjà vous sentez qu'à cette époque-là, il y avait une différence entre les deux ?

RENÉ THOM : Oh ! oui, bien sûr, la géométrie analytique, à partir du moment où on en a fait, m'a paru être une bonne technique, mais ça n'a rien de particulièrement inspirant, tandis que le problème de géométrie c'est vraiment quelque chose de tout à fait... spécial, beaucoup plus énigmatique.

JACQUES NIMIER : Enigmatique ?

RENÉ THOM : Ah ! oui, c'est quelque chose d'énigmatique, un problème de géométrie. Autrement dit, en géométrie, il n'y a pas d'heuristique, n'est-ce pas, il faut tout reprendre à zéro en fonction du problème, contrairement à

ce qui se passe en algèbre.

### **La vocation de mathématicien**

RENÉ THOM : ... Voilà à peu près ce que je peux dire sur ma vocation de mathématicien, voyez que ce n'est pas très fourni ! Quant au premier théorème que j'ai démontré par mes propres moyens, si j'ose dire, je crois que c'était l'équivalence de la définition bifocale et de la définition par focale et directrice des coniques, par une méthode de géométrie élémentaire ; je l'avais montré à mon professeur qui pensait qu'elle était déjà connue, ce qui était très vraisemblable. Parce que la méthode traditionnelle était un peu lourde, elle ne me plaisait pas. Le passage de la définition unifocale à la définition bifocale est quelque chose d'assez mystérieux et j'étais arrivé par une construction dont je me souviens encore très bien actuellement...

JACQUES NIMIER : Vous souvenez-vous de l'époque où vous vous êtes dit : "je veux faire des mathématiques" ?

RENÉ THOM : Bien... la chose paradoxale c'est que, au fond, jamais je n'ai voulu faire des mathématiques. Quand je suis arrivé à l'Ecole Normale, j'ai expliqué au sous-directeur de l'époque qui était Georges Bruhat, qu'évidemment j'étais entré comme mathématicien mais que ce qui m'intéressait c'était de faire de la philosophie des Sciences, comme en faisait à l'époque Cavailles et tous ces gens-là... Alors, il a levé les bras au ciel et il a dit : "ne faites surtout pas ça, passez-moi votre agrégation tout de suite et ne vous occupez pas de philosophie des sciences !" et je pense que dans un certain sens, il avait raison ; on ne doit faire de la philosophie que quand on a assuré son existence par des méthodes plus standard et plus routinières. Alors, j'ai fait des mathématiques. A l'Ecole Normale, j'ai essentiellement suivi le séminaire de Cartan qui nous enseignait beaucoup de choses et... en 1946, j'ai pu obtenir un poste au C.N.R.S. et j'ai suivi Cartan à Strasbourg pour une année ou deux. Cartan est revenu à Paris, mais moi je suis resté à Strasbourg parce que je m'y plaisais. C'est surtout au séminaire d'Ehresmann que j'ai réellement appris la nouvelle topologie, la topologie telle qu'elle se créait à l'époque. Les années de 45 à 50 ont été des années extraordinaires pour la topologie algébrique parce qu'on a découvert une quantité énorme d'êtres nouveaux, de techniques nouvelles, etc. la cohomologie, les fibrés, l'homoto-

pie. Et c'est dans ce flot que j'ai fait ma thèse qui m'a d'ailleurs pris un certain nombre d'années puisque je ne l'ai finie qu'en 1951. Je serais tenté de dire... (peut-être qu'on se fait des illusions sur soi-même, n'est-ce pas) mais je serais tenté de dire que je ne me considère pas réellement comme ce qu'on appelle un grand mathématicien, en ce sens que je n'ai pas le goût de la structure mathématique en tant que telle. Quand je vois mes collègues, je ne veux pas citer de noms mais les exemples fourmillent tout autour de moi, ils ont le goût de la belle structure, la structure riche, raffinée, dans laquelle on peut faire des tas de choses, élucider les relations entre ceci, cela : moi, personnellement, ça ne me tente pas beaucoup ce genre de choses... je ne suis pas non plus le généraliste à outrance comme l'était mon collègue Grothendieck...

### **Les deux types de mathématiciens**

RENÉ THOM : Un collègue américain, dont je tairai le nom ici, dit qu'il y a deux types de mathématiciens : le mathématicien qui fore des puits très profonds pour y trouver la gemme, la pierre précieuse qu'il étudiera à loisir et dont il explicitera toutes les beautés, et puis le bulldozer qui balaie toute la surface. Eh bien, si on accepte cette vision des mathématiciens, je ne suis d'aucun des deux, alors peut-être que je ne suis pas mathématicien du tout de ce point de vue...

JACQUES NIMIER : Vous vous sentez comment alors ?

RENÉ THOM : Ah ! je ne sais pas, disons que ce qui m'a intéressé en mathématiques ce sont surtout des propriétés assez générales, plus que l'étude de structures spécifiques... mais quand même pas avec l'esprit systématique de Grothendieck par exemple.

JACQUES NIMIER : Ni bulldozer, ni creuseur de trou...

RENÉ THOM : Ni bulldozer, ni creuseur de trous (*rires*)... non, je pense que mon succès mathématique doit beaucoup aux circonstances historiques : j'ai fait ma thèse à une époque où effectivement il y avait tout un matériel neuf, une époque de floraison assez extraordinaire. J'ai profité du mouvement, puis par la suite, j'ai fait des choses plus tournées vers l'analyse, la théorie des applications, les ensembles stratifiés, mais à mon sens c'est plus technique et

je suis sûr que pour la plupart des mathématiciens, c'est moins intéressant bien que, en un certain sens, ce soit plus important je pense...

### **La théorie des catastrophes**

JACQUES NIMIER : C'est vous qui avez donné le nom de théorie des catastrophes à vos travaux ?

RENÉ THOM : Pas exactement en ce sens que dans mon livre, j'ai introduit la notion de point régulier opposé à point de catastrophe.

JACQUES NIMIER : C'est quand même vous qui avez introduit le mot de catastrophe...

RENÉ THOM : J'ai introduit le mot de catastrophe dans un sens un peu spécial, oui.

JACQUES NIMIER : Comment vous est venue l'idée de ce mot ?

RENÉ THOM : Tout simplement parce que je voulais exprimer l'idée d'une distinction fondamentale, la distinction des topologues entre ouvert et fermé. Un ouvert ça représente, si vous voulez, quelque chose comme un état, un état régulier, une sorte d'équilibre local des dynamiques qui s'y trouvent, tandis que le fermé au contraire, exprime un lieu de points où il se produit quelque chose, une discontinuité. Alors, je suis parti de cette idée que les fermés les plus généraux ne sont pas très intéressants, mais qu'il y a des fermés plus réguliers en quelque sorte qui apparaissent de manière quasi inévitable... Si on fait des hypothèses sur ce que l'on pourrait appeler la dynamique ambiante, c'est un peu une sorte de généralisation de l'idée de défaut en physique. Dans un milieu ordonné comme un cristal, il y a une structure régulière mais qui s'arrête parfois sur certaines sous-variétés qu'on appelle les défauts ; c'est un peu la même idée.

Alors je voulais exprimer cette idée qu'il y avait des sous ensembles exceptionnels qui étaient associés à des irrégularités de la dynamique et c'est pour cela que j'ai appelé ça des catastrophes ; j'aurais pu en effet prendre une terminologie beaucoup plus neutre, ça m'aurait évité bien des ennuis...

JACQUES NIMIER : Mais vous avez choisi ce mot-là.

RENÉ THOM : Je l'ai choisi en ce sens que j'ai parlé de points de catastrophe opposés à points réguliers ; l'opposé naturel de points réguliers, c'est points singuliers évidemment, mais le point de catastrophe c'est encore différent, c'est en principe différent d'un point singulier...

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce qu'une catastrophe pour vous ?

RENÉ THOM : Supposons que j'aie un espace dans lequel il se passe des choses. Je regarde ce qui se passe et je divise les points en deux catégories : les points réguliers où il ne se passe rien à première vue, c'est-à-dire que tous les observables sont continus en ce point ou au contraire, il s'y passe quelque chose : alors il y a au moins un observable qui est discontinu. Il y a discontinuité observable en ce point-là, alors dans ce cas-là je dis que c'est un point de catastrophe, c'est tout... Alors pourquoi ce mot ? J'aurais pu évidemment parler simplement de discontinuité (c'est ce qu'on m'a reproché par la suite) mais je voulais donner l'idée d'une dynamique sous-jacente, d'une dynamique ambiante qui engendre le sous-ensemble de catastrophes et c'est pour ça que j'ai introduit ce mot qui d'ailleurs, avait été déjà utilisé par les physiciens dans une acception pas tout à fait semblable, mais aussi neutre en tout cas ; les physiciens parlaient déjà, en théorie quantique des champs, de la catastrophe infrarouge, de la catastrophe ultra-violette. C'étaient des catastrophes qui n'avaient jamais tué personne, comme je l'ai écrit !

JACQUES NIMIER : Quelque chose de sous-jacent qui surgit...

RENÉ THOM : C'est ça, oui, enfin, le type même de la catastrophe, si vous voulez ; c'est disons, une feuille de papier que vous pliez et qui, à un moment donné, attrape un angle, n'est-ce pas ; qui reste régulière et puis tout à coup il s'y forme un pli, un pli caractérisé par une discontinuité. C'est ce type de phénomène que j'ai voulu systématiser.

## Qu'est-ce que les mathématiques ?

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que représentent pour vous les mathématiques ?

RENÉ THOM : Ah ! Ca représente essentiellement le langage théorique universel. C'est-à-dire qu'à mon avis, les seules possibilités rigoureuses d'accéder à une pensée ayant validité universelle se font par les mathématiques ou par des lois mathématiques ; autrement dit, je ne pense pas qu'on puisse, dans les sciences, avoir une théorisation à validité réellement universelle fondée uniquement sur des concepts exprimés par des mots du langage ordinaire, si ces concepts ne sont pas capables de s'exprimer mathématiquement en terme d'entités fondamentales comme l'espace et le temps ; ce qui est le cas en physique, n'est-ce pas ?

En physique, les concepts peuvent s'exprimer mathématiquement à partir de données de l'espace et du temps, de données spatio-temporelles. Des concepts qui ne permettent pas ce genre de réduction seront toujours suspects et l'espoir de la théorie des catastrophes précisément, c'est qu'il existe dans les univers conceptuels des espèces de germes d'analyticité locale autour desquels on puisse faire une sorte de théorisation mathématique. C'est l'espoir qu'il puisse y avoir quelque chose comme une structure analytique universelle dans laquelle on travaille, ce qui est le cas en physique.

En physique on a une structure analytique universelle, parce qu'on a le groupe d'invariances de la physique : groupe de Lorentz, groupe de Galilée, etc. et ces groupes permettent en quelque sorte de trivialisier tout le monde, tout l'univers parce qu'ils agissent transitivement et de cette manière, il y a une sorte de platitude universelle avec laquelle on peut opérer, on peut faire des mathématiques quantitatives ; je ne pense pas que cette situation-là puisse être généralisée dans d'autres disciplines, mais on peut espérer qu'il y ait localement, dans les univers sémantiques en quelque sorte dans lesquels travaillent certains concepts, des situations à caractère localement analytique qui permettent d'énoncer des situations intéressantes et à caractère universel ; c'est si vous voulez, la philosophie sous-jacente à la théorie des catastrophes.

JACQUES NIMIER : Autrement dit, c'est surtout ce caractère universel qui vous intéresse.

RENÉ THOM : Oui, oui, bien sûr.

### **La réalité est mathématique**

JACQUES NIMIER : Je rapprocherai ça de ce que vous me disiez tout à l'heure : lorsque vous étiez en classe, vous pensiez déjà qu'il y avait possibilité de résoudre tous les problèmes.

RENÉ THOM : Oui, oui, c'est certain, je l'ai d'ailleurs écrit : il n'y a de théorisation que mathématique. De ce point de vue-là, je suis un impérialiste mathématique, c'est ce qu'on me reproche dans les autres disciplines... Vous avez sans doute entendu parler des controverses actuelles sur la théorie des catastrophes ? Je pense que les gens n'ont pas réalisé le côté subversif de cette théorie. Le jour où ils l'auront réalisé, on pourra s'attendre à ce qu'il y ait des résistances encore beaucoup plus fortes parce que, au fond, les mathématiques, vis-à-vis des autres disciplines, ont accepté un rôle purement routinier.

Vous avez des mathématiciens dans les laboratoires de biologie ou même dans les laboratoires de sciences sociales, on leur demande de faire de la statistique, un point c'est tout. Mais c'est le spécialiste local qui, évidemment dirige toutes les opérations ; la mathématique est vue uniquement dans un rôle ancillaire dans les autres sciences : les sciences dites expérimentales ou humaines.

JACQUES NIMIER : Un instrument...

RENÉ THOM : Oui, comme un instrument et moi, personnellement, je pense que c'est une situation anormale et que les mathématiques proprement comprises peuvent servir de guide théorique dans un grand nombre de disciplines. C'est en ce sens que je crois que les mathématiques ont un très grand avenir dans la mathématisation des sciences, mathématisation qui ne se fera peut-être pas selon le modèle de la physique, avec des résultats peut-être plus flous et plus mous que ceux de la physique, mais qui n'en ont pas moins un certain intérêt...

JACQUES NIMIER : Est-ce que les mathématiques sont encore autre chose

pour vous ?

RENÉ THOM : Dans la mesure où c'est une pensée universelle c'est aussi une voie d'accès à la réalité ; autrement dit, pour moi, l'ontologie est (dans la mesure où j'ai une métaphysique, ce qui reste à voir évidemment) assez platonicienne ou pythagoricienne ; et en ce sens, je pense que le fond des choses dans le monde est mathématique même là où apparemment il n'y en a pas.

JACQUES NIMIER : La réalité est mathématique ?

RENÉ THOM : Je pense qu'on peut dire que la réalité est mathématique, oui. Mais ce n'est peut-être pas la mathématique que nous connaissons, il faudra évidemment se livrer à des extensions assez considérables par rapport aux mathématiques connues pour édifier des mathématiques pertinentes pour la biologie, la psychologie ou des sciences de ce genre...

### **Les périodes de possession**

JACQUES NIMIER : Quand vous êtes dans votre bureau, chez vous, en train de faire des mathématiques, quel sentiment avez-vous ?

RENÉ THOM : Eh bien ! je vous avoue que, depuis pas mal d'années, je ne fais plus de mathématiques en ce sens-là. Il m'arrive encore de m'intéresser parfois à des problèmes de mathématiques, mais ça devient de plus en plus rare. Je me suis intéressé beaucoup à des disciplines périphériques, comme la biologie, la linguistique et maintenant la géologie. Je consacre plutôt mon activité volontaire à ces disciplines expérimentales plutôt que de m'occuper de mathématiques proprement dites. Alors les mathématiques s'il m'arrive d'en faire, c'est plutôt par nécessité professionnelle qu'autre chose ; mais ça évidemment, c'est une évolution assez récente, des dix dernières années.

De toutes manières, il est bien connu qu'après 35 ans, un mathématicien ne peut plus rien faire de bon, et la coutume, la croyance traditionnelle est, je crois, assez largement fondée ; alors dans ces conditions autant faire autre chose que des mathématiques !

JACQUES NIMIER : Mais est-ce que vous vous souvenez de ce que vous

viviez à ce moment-là ?

RENÉ THOM : Ah ! oui, bien sûr ; j'ai connu aussi ces périodes de possession par un problème, bien sûr j'en ai connues. J'ai connu quelques périodes comme ça dans ma vie, mais finalement pas très nombreuses.

JACQUES NIMIER : Des périodes de possession ?

RENÉ THOM : Oui, des périodes où un problème vous accapare tellement qu'on devient presque incapable de penser à quoi que ce soit d'autre... Mais comme je vous le disais c'est devenu très, très rare dans mon cas...

### **Une période de crise**

JACQUES NIMIER : Ce n'est plus possible...

RENÉ THOM : Peut-être que ce n'est plus possible oui ; je n'ai plus assez d'intérêt pour les problèmes proprement mathématiques pour me laisser accaparer par eux. Je pense que la plupart des mathématiciens connaissent dans leur existence un moment de crise où ils sont pris de doute sur la valeur de ce qu'ils ont fait. Surtout en face de la stérilité montante qui arrive avec l'âge, il est très difficile d'éviter ce genre de crise... Moi, j'ai réagi en m'intéressant à autre chose que les mathématiques ; je pense que ce n'est pas une mauvaise méthode.

JACQUES NIMIER : C'est une crise vraiment ?

RENÉ THOM : Oui, ça se présente un peu comme une crise, je crois. Enfin, je ne sais pas si on peut en tirer des lois générales, mais ça se présente un peu comme une crise, oui. Chez moi, cette crise s'est présentée vers les années 58-60. Au fond, je crois qu'il en est en mathématiques comme dans les autres disciplines et c'est la même situation que celle que décrivait Einstein à Valéry. Einstein était allé rendre visite à Valéry, ou Valéry l'avait invité et là, évidemment, toujours très curieux de comprendre les mécanismes de la relativité, Valéry a posé des tas de questions à Einstein et, en particulier, il lui a demandé ; mais enfin, maître, est-ce que vous vous relevez la nuit pour noter vos idées sur un petit carnet ? Et Einstein a laissé tomber : "oh ! vous

savez des idées, on en a deux ou trois dans sa vie!”

Bien! c'est un peu mon impression aussi, pour mon oeuvre mathématique. Je crois que j'ai eu deux ou trois idées en mathématiques et le reste ce n'est jamais que de l'élaboration technique... et encore, parmi ces idées, il y en a quelques unes qui étaient presque évidentes...

### **La répulsion d'entrer dans certaines parties des mathématiques**

JACQUES NIMIER : Vous n'avez pas une certaine fierté ?

RENÉ THOM : Oui, bien sûr, certains travaux peuvent vous donner un sentiment de fierté, ça c'est possible. Je suppose que MM. Feit et Thomson, quand ils ont démontré que tout groupe d'ordre impair est résoluble en ont tiré une légitime fierté...

Mais pour en revenir aux aspects affectifs en mathématiques, je crois que ce qui compte, c'est la réaction quasi-affective du mathématicien vis-à-vis de certaines théories. Il y a des théories mathématiques dans lesquelles je n'ai jamais pu entrer parce que j'ai eu quelque chose comme une espèce de répulsion au départ et je n'ai jamais pu la surmonter par la suite, je pense par exemple à la théorie des groupes de Lie ; l'essentiel de l'analyse fonctionnelle aussi, c'est une branche des mathématiques qui me répugne profondément. Qu'est-ce que je pourrais encore vous citer comme théories ? L'algèbre, très très abstraite, type algèbre non-commutative, ça non plus ça ne me dit pas grand chose.

JACQUES NIMIER : Qu'est-ce que vous ressentez à ce moment-là ?

RENÉ THOM : J'ai l'impression que pour entrer là-dedans, il faudrait d'abord que je travaille, je suis paresseux, ensuite, il faudrait que je comprenne mieux la motivation, n'est-ce pas ? En général, beaucoup de ces théories ne m'apparaissent pas comme suffisamment motivées : je pense que c'est là le fond du problème, peut-être que c'est une question de pédagogie. Si l'on avait pu me trouver une bonne pédagogie pour ces théories avec une motivation convenable, j'y serais peut-être entré...

## Les théories trop courtisées

JACQUES NIMIER : C'est tout de même un mot très fort. répulsion.

RENÉ THOM : Oui, c'est un mot fort mais, vous savez, c'est presque un mécanisme quasi sociologique ; je pense à la théorie des groupes de Lie : Bourbaki, à l'époque, ne parlait que de ça, dans les années 1955 et tous les gens étaient très excités au fond, moi, j'ai toujours eu un peu cet espèce de sentiment que, quand une théorie est trop adulée, je préfère ne pas m'en occuper ; c'est comme quand une femme est trop belle, elle a trop de soupirants, eh bien, en général, ça m'apparaît comme un obstacle insurmontable. Il y a des théories qui ont été trop courtisées et quand une théorie était trop courtisée, je m'en écartais...

JACQUES NIMIER : Pourquoi ?

RENÉ THOM : Ah ! je ne sais pas ; peut-être parce que justement j'avais le sentiment de n'être pas à la hauteur de la compétition, d'une part, et puis peut-être aussi le sentiment qu'on pouvait faire aussi bien ailleurs dans des zones qui étaient moins connues.

JACQUES NIMIER : Vous comparez les mathématiques à une femme...

RENÉ THOM : Oui, ce n'est peut-être pas absolument dépourvu de fondement... il y a des théories anguleuses et des théories rondes. Enfin la chose n'est peut-être pas correcte, je dirais plutôt qu'il y a des théories propres et des théories sales, et moi j'ai toujours plus de sympathie pour une théorie sale. Les théories propres sont les théories où les choses se présentent bien, où les concepts sont clairement définis, les problèmes plus ou moins bien définis également. Tandis que les théories sales sont les théories où on ne sait pas très bien où l'on va, on ne sait pas comment organiser les choses et où sont les principales directions etc. De ce point de vue là, en effet, je n'ai jamais été Bourbakiste, parce que Bourbaki aime les choses propres ; moi, je pense qu'il faut se salir les mains et même davantage parfois en mathématiques.

JACQUES NIMIER : Davantage ?

RENÉ THOM : Oui, enfin, je veux dire plus que les mains (*rires*).

## **Etre à la frontière**

JACQUES NIMIER : Et les catastrophes là-dedans ?

RENÉ THOM : Ah ! Eh bien, les catastrophes ne font pas partie des mathématiques. Pour moi, la théorie des catastrophes n'est pas une théorie de la mathématique. Si la théorie des catastrophes se développe, ce qui est évidemment un postulat, elle donnera naissance à des théories de la mathématique qui seront des outils pour précisément organiser les modèles que la théorie des catastrophes se propose d'édifier.

C'est comme ça que je vois les choses, la théorie des catastrophes, c'est un générateur de modèles pour, en principe, les sciences les plus diverses. A priori, je ne vois pas de restrictions au choix des sciences qui peuvent admettre des modèles de style catastrophique ; mais bien entendu, ces modèles ont un caractère assez vague et approximatif au départ et on pourra essayer de les raffiner et dans l'élaboration des modèles on aura sans doute besoin de nouveaux outils mathématiques ; ces nouveaux outils mathématiques introduiront probablement de nouveaux problèmes.

C'est en ce sens que je vois la théorie des catastrophes comme quelque chose à la frontière des mathématiques, la frontière entre les mathématiques et les disciplines expérimentales, les disciplines d'application.

JACQUES NIMIER : Au fond, c'est votre place d'être à la frontière ?

RENÉ THOM : Peut-être oui, ce n'est pas pour rien que j'ai fait mon travail mathématique essentiel sur la notion de bord (*rires*), le bordisme, oui ; j'écris en ce moment un papier qui s'appelle "aux frontières du pouvoir humain, le jeu".

## **Bord, frontière, limite, singularité**

JACQUES NIMIER : D'où vient cet intérêt pour les bords, les frontières, les milieux ?

RENÉ THOM : Mais c'est tout à fait naturel : quand vous êtes dans un convexe, vous savez parfaitement que votre convexe est engendré par les points extrémaux. Donc dans beaucoup de situations, si vous connaissez les situations des points extrémaux, vous êtes capable de reconstituer le reste. C'est vrai non seulement en mathématiques, mais même dans des situations tout à fait générales.

Par exemple, dans un milieu socio-culturel, si vous regardez ce dont parlent les journaux, ce sont toujours des situations extrémales : le plus beau crime, la plus grande catastrophe, etc. la fascination de l'extrémal est quelque chose de tout à fait fondamental dans l'esprit humain.

JACQUES NIMIER : Mais pourquoi est-ce que ça fascine ?

RENÉ THOM : Mais (*rires*)... Pour atteindre les limites du possible, il faut rêver l'impossible, et c'est réellement l'interface entre le possible et l'impossible qui est important parce que si nous le connaissons, nous connaissons exactement les limites de notre pouvoir.

Dans un système dynamique régi par un potentiel, comme par exemple, les variétés de niveau, les lignes de pente d'un paysage, ce qui est important c'est la frontière du bassin : connaître comment se répartit l'espace dans les différents bassins entre ses différents attracteurs. Toute la dynamique qualitative est un problème de frontière.

Pour cela, il faut caractériser les points, les régimes asymptotiques qui sont les attracteurs et puis caractériser les frontières qui séparent les bassins des différents attracteurs.

Je pense que ces deux types de problématique comme diraient nos collègues littéraires, on les retrouve un peu dans toutes les situations, dans toutes les disciplines ; il y a les régimes stables asymptotiques qu'il faut caractériser et ensuite étudier l'approche des régimes instables, ce qui est un problème de frontière. C'est le problème du déterminisme finalement. Une situation est déterministe si la frontière qui sépare les bassins des différentes issues est assez régulière pour pouvoir être décrite ; et si on peut localiser la donnée initiale par rapport à cette frontière ; alors là, le problème est résolu. Mais si

la frontière est fluctuante, floue, etc. alors là, on est réduit à des méthodes statistiques et c'est beaucoup plus pénible. Il n'y a pas besoin de parler beaucoup pour justifier les problèmes de frontières...

JACQUES NIMIER : Ce n'est pas tellement le problème de justifier, c'est le fait de voir l'intérêt que vous portez spécialement à ce même problème un peu partout...

RENÉ THOM : Oui, oui, c'est exact...

JACQUES NIMIER : Il y avait donc quelque chose en vous qui motivait cet intérêt...

RENÉ THOM : Oui, les frontières évidemment, c'est important en soi... Mais c'est un cas particulier de singularité, n'est-ce pas ? Je parlais tout à l'heure des défauts, il est clair que les défauts ne sont pas des frontières, mais c'est néanmoins très intéressant.

JACQUES NIMIER : Quelle différence faites-vous entre défaut et singularité ?

RENÉ THOM : Défaut, c'est un mot qui vient essentiellement de la cristallographie et de la métallurgie ? Vous avez un milieu qui est parfaitement cristallin, mais qui, à certains endroits présente des décrochements ou des fractures ou des parois, toutes ces irrégularités locales, ça s'appelle des défauts ? La théorie des défauts est une théorie qui est mathématiquement très intéressante et, en fait, on peut presque même prétendre que la théorie de la cohomologie y a pris naissance... en un certain sens.

JACQUES NIMIER : Avez-vous l'impression que vous vous êtes toujours intéressé au même genre de problèmes : défauts, limites, bords, frontières ?

RENÉ THOM : J'avoue que ça m'est un peu difficile de remonter, disons, vingt-cinq ans en arrière. je crois qu'à l'époque, j'étais réellement plus strictement mathématicien, c'est vrai ; j'avais dû apprendre les mathématiques et mon premier travail scientifique, pour ma première publication portait sur la théorie de Morse. Et c'était aussi, un peu, une correspondance entre défauts et singularités... et la décomposition cellulaire d'un espace. Il y avait là presque en germe aussi cette idée que l'étude des singularités donne un

moyen d'accès pour comprendre un espace ; chaque singularité, en somme, se déploie dans un espace qui lui est propre et qu'elle traîne avec lui, en quelque sorte. Alors dans le cas d'un minimum, d'un attracteur, vous avez tout un ouvert de trajectoires qui tend vers cet attracteur. Mais pour les singularités différentes, par exemple pour une singularité de type col, il y a les séparatrices, etc. Il y a toujours une sorte de configuration satellite associée à une singularité...

JACQUES NIMIER : ... qui caractérise presque...

RENÉ THOM : ... qui caractérise la singularité, oui. Et à ce moment-là, l'espace total devient la réunion de toutes les configurations satellites de ces singularités.

### **Un univers dans lequel il y aurait l'éternel retour**

JACQUES NIMIER : Et au cours de votre scolarité est-ce que c'était, sous une forme ou sous une autre, des problèmes qui vous intéressaient ?

RENÉ THOM : Oh ! à ce moment-là, j'étais beaucoup plus scolaire, je pense. Je ne me souviens pas d'avoir pensé des choses sous cette forme.

Mais je me souviens que vers dix-sept ans, j'ai commencé à m'intéresser à la dynamique. Je ne me souviens plus à quelle occasion j'avais remis un papier à mon professeur de math-élem, où je parlais de l'éternel retour vu d'un point de vue dynamique, les théories de l'éternel retour...

C'était l'idée qu'on pouvait avoir un espace-temps, un univers dans lequel il y aurait l'éternel retour, c'est-à-dire où la dynamique serait périodique, mais je crois que c'est à peu près la première fois que j'ai réellement pensé les choses en terme de dynamique...