Utilisation de permutations à la recherche de décompositions de Goldbach (Denise Vella-Chemla, octobre 2023).

Dans les notes ici, là ainsi que là , on a cherché par programme les permutations des nombres $[1, n]$ pour n un nombre pair compris entre 6 et 100 en les multipliant, modulo n, par un nombre k premier à n.

Un théorème énonce qu'une permutation est toujours décomposable en un produit de transpositions. On recopie l'extrait du cours [1] énonçant ce théorème et soulignant la non-commutativité du produit de transpositions.

> *Théorème 4.6. Toute permutation $\sigma \in \mathcal{S}(E)$ se décompose en produit de transpositions (le groupe $\mathcal{S}(E)$ est engendré par les transpositions).*
>
> *Démonstration. On a $Id = \tau^2$ pour toute transposition τ.*
>
> *D'après le théorème 4.2 et la proposition 4.5, toute permutation $\sigma \in \mathcal{S}(E) \backslash \{Id\}$ est produit de cycles et un cycle est produit de transpositions.*
>
> *Remarque 4.7. Dans la décomposition d'une permutation en produit de transpositions, il n'y a pas d'unicité et les transpositions ne commutent pas nécessairement. Par exemple, on a*
>
> $$(2, 3) = (1, 2)(1, 3)(1, 2)$$
>
> *et*
>
> $$(1, 2)(2, 3) = (1, 2, 3) \neq (2, 3)(1, 2) = (3, 2, 1) :$$

On va s'intéresser aux transpositions pour classer les nombres pairs. Il semblerait, au vu des seuls exemples étudiés, que les nombres pairs soient à classer en 4 ensembles, selon leur reste modulo 8 : les $8k$, les $8k + 4$, les $8k + 2$ et les $8k + 6$.

1) Pour les $8k$ (voir annexe 2), la fonction de multiplication par $4k - 1$ est constituée de $4k - 1$ transpositions et admet 2 points fixes : $4k$ et $8k$. Elle est impaire.
exemple : $\boldsymbol{n}$ **=32**
15 impaire   ordre 2
(1 15)(2 30)(3 13)(4 28)(5 11)(6 26)(7 9)(8 24)(10 22)(12 20)(14 18)(17 31)(19 29)
(21 27)(23 25)

2) Pour les $8k + 4$ (voir annexe 3), la fonction de multiplication par $4k + 1$ est constituée de $4k$ transpositions et de 4 points fixes $2k + 1, 4k + 2$ et $6k + 3$. Elle est paire.
exemple : $\boldsymbol{n}$ **=36**
17 paire   ordre 2
(1 17)(2 34)(3 15)(4 32)(5 13)(6 30)(7 11)(8 28)(10 26)(12 24)(14 22)(16 20)(19 35)
(21 33)(23 31)(25 29)

3) Pour les $8k+2$ (voir annexe 4), la fonction de multiplication par $4k-1$ est constituée d'un nombre pair de transpositions.

exemple : $\boldsymbol{n}$ **=42**

19 paire ordre 6

(1 19 25 13 37 31)(2 38 8 26 32 20)(3 15 33 39 27 9)(4 34 16 10 22 40)(5 11 41 23 17 29)
(6 30 24 36 12 18)

4) Pour les $8k+6$ (voir annexe 5), la fonction de multiplication par $4k+1$ est constituée d'un nombre pair de transpositions.

exemple : $\boldsymbol{n}$ **=30**

13 paire ordre 4

(1 13 19 7)(2 26 8 14)(3 9 27 21)(4 22 16 28)(6 18 24 12)(11 23 29 17)

5) Pour les nombres pairs n doubles de nombres premiers (de la forme $2p$), p est toujours point fixe et toutes les permutations sont paires (voir là).

On reporte les résultats trouvés dans un tableau, en cherchant à généraliser.

	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
3	i2	p4		p6	i4		i4	p5		p3	i6		i8	p16		p18	i4		i10	p11		p20
5			p2	p6	p4	p6		p5	p2	p4	p6		p8	p16	p6	p9		p6	p5	p22	p4	
7					i2	p3	i4	p10	i2	p12		p4	i4	p16	i6	p3	i4		i10	p22	i2	p4
9							p2	p5		p3	p6		p4	p8		p9	p2		p5	p11		p10
11									i2	p12	i6	p2	i8	p16	i6	p3	i2	p6		p22	i4	p5
13											p2	p4	p8	p4	p3	p18	p4	p2	p10	p11	p4	p20
15													i2	p8		p18			i10	p22		
17															p2	p9	p4	p6		p22		p20
19																	i2	p6	p10	p22	p2	p10
21																			i10	p22	i4	p5
23																			p2		i2	p20
φ	4	4	4	6	8	6	8	10	8	12	12	8	16	16	12	18	16	12	20	22	16	20

Dans les colonnes correspondant aux nombres n avec n un nombre pair double d'un nombre impair, toutes les permutations de la colonne sont paires.

Dans les colonnes correspondant aux nombres n avec n un nombre pair double d'un nombre pair, les signatures des permutations de la colonne alternent : impaire, paire, impaire, paire, etc (elles sont impaires pour les lignes des $4k+3$ et paires pour les lignes des $4k+1$).

Si l'on ne s'intéresse qu'aux signatures des mises sous la forme produit de transpositions :

— on trouve le mot i2 pour produit de transpositions de signature impaire en bas de toute colonne de n de la forme $8k$;

— on trouve le mot p2 pour produit de transpositions de signature paire en bas de toute colonne de n de la forme $8k+4$;

— même si on ne le trouve pas toujours directement dans les colonnes correspondantes, les produits de transpositions pour les nombres n des formes $8k+2$ et $8k+6$ sont systématiquement de signature paire.

On rappelle que pour les nombres pairs doubles de nombre premier, i.e. de la forme $n = 2p$, p est un point fixe pour la multiplication : $p^2 \equiv p \pmod{2p}$, par exemple, $31^2 = 961 \equiv 31 \pmod{62}$.

Comme attendu, l'ordre (i.e. la longueur de son orbite multiplicative) d'un nombre impair (entête de ligne) dans la colonne d'un nombre pair n divise toujours $\varphi(n)$, l'indicatrice d'Euler de n, qu'on a noté en bas du tableau [1].

Là, on a deux idées : la première consiste à se dire, selon la phrase résumant la théorie de Galois "“*les groupes se réduisent et les corps s'étendent*”, comme on sait que la conjecture de Goldbach est vérifiée pour tous les nombres jusqu'à $n = 4.10^{18}$ et qu'à ces nombres n correspondent les groupes qu'on a un peu étudiés ici, il suffirait peut-être pour un “nouveau” nombre pair n de trouver une bijection entre une transposition lui correspondant et une transposition correspondant à un nombre n' qui a une décomposition de Goldbach.

La seconde idée est qu'après tout, on peut voir tous les nombres premiers comme correspondant à une seule classe de nombres, et tous les nombres composés comme correspondant à l'autre classe. Il y a là le statut de 2 qui interroge, étant le seul nombre premier pair, faut-il qu'il ait un statut spécial ou pas ? Selon cette seconde idée, il serait peut-être judicieux de “regrouper” les transpositions par 2 : en effet, pour une transposition contenant les nombres $(x_1 \;\; x_2)$, il existe une transposition contenant les nombres $(n - x_1 \;\; n - x_2)$ quand ceux-ci ne sont pas fixes pour l'opération étudiée (cette assertion que les “opposés”, i.e. les complémentaires à n de deux nombres, ces nombres étant images l'un de l'autre par une involution étudiée, sont eux-aussi (les complémentaires) images l'un de l'autre par l'involution en question doit être démontrée).

On va représenter ces regroupements de deux transpositions “regroupées” ou “associées” définies au paragraphe ci-dessus par des petits tableaux à 4 cases ainsi ($\bullet$ est le symbole pour nombre impair premier tandis que $\times$ est le symbole pour nombre impair composé). Puisqu'une transposition $(x \;\; y)$ peut s'écrire $(x \;\; y)$ ou $(y \;\; x)$, par convention, on mettra l'un au-dessus de l'autre le caractère de primalité d'un nombre x et de son complémentaire à n, égal à $n - x$. Selon les conventions fixées, le dessin

$\bullet$	$\bullet$
$\bullet$	$\bullet$

représente la paire de transpositions $(x_1 \;\; x_2)$ et $(n - x_1 \;\; n - x_2)$, dont tous les nombres sont des nombres premiers (par exemple, la paire des transpositions $(7 \;\; 17)$ et $(41 \;\; 31)$ qu'on obtient par multiplication par 23 quand on travaille modulon 48.

1. La suite du tableau est fournie en annexe.

Ces tableaux de 4 bits donnent lieu à 16 possibilités :

$\bullet$	$\bullet$
$\bullet$	$\bullet$

1

$\bullet$	$\bullet$
$\bullet$	$\times$

2

$\bullet$	$\bullet$
$\times$	$\bullet$

3

$\bullet$	$\bullet$
$\times$	$\times$

4

$\bullet$	$\times$
$\bullet$	$\bullet$

5

$\bullet$	$\times$
$\bullet$	$\times$

6

$\bullet$	$\times$
$\times$	$\bullet$

7

$\bullet$	$\times$
$\times$	$\times$

8

$\times$	$\bullet$
$\bullet$	$\bullet$

9

$\times$	$\bullet$
$\bullet$	$\times$

10

$\times$	$\bullet$
$\times$	$\bullet$

11

$\times$	$\bullet$
$\times$	$\times$

12

$\times$	$\times$
$\bullet$	$\bullet$

13

$\times$	$\times$
$\bullet$	$\times$

14

$\times$	$\times$
$\times$	$\bullet$

15

$\times$	$\times$
$\times$	$\times$

16

Les possibilités 1, 2, 3, 5, 6, 9 et 11 contiennent une décomposition de Goldbach au moins (un nombre premier ($\bullet$) au-dessus d'un autre nombre premier ($\bullet$)).

Il faudrait démontrer qu'il est impossible, compte-tenu des contraintes qui doivent être vérifiées par les transpositions (i.e. on multiplie horizontalement par un nombre et cette opération de multiplication s'avère être une involution modulo n tandis que verticalement, on multiplie par -1 modulo n puisqu'un nombre se transpose verticalement en son opposé), que les seules paires de transpositions possibles soient toutes des formes 4, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15 et 16.

Annexe 1 : tableau des signatures et ordres des permutations pour n compris entre 52 et 80 puis entre 82 et 100

	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80
3	i6		i6	p28		p30	i16		i16	p12		p18	i18		i4
5	p4	p18	p6	p14		p3	p16	p10	p16		p6	p36	p9	p4	
7	i12	p9		p7	i4	p15	i8	p10	i16		i6	p9	i6	p12	i4
9	p3		p3	p14		p15	p16		p8	p6		p9	p9		p2
11	i12	p18	i6	p28	i2	p30	i16		i16	p3	i6	p6	i6	p12	i4
13		p9	p2	p14	p4	p30	p4	p10	p4	p4	p6	p36	p18		p4
15	i12		i2	p28		p30	i4		i8			p36	i18		
17	p6	p6	p6	p4	p4	p30	p4	p10		p12	p2	p36		p12	i4
19	i12	p3	i6	p28	i2	p15	i16	p10	i8	p6	i2	p36		p12	i4
21	p4			p28		p30	p16		p4			p18	p18		p4
23	i6	p18	i6	p7	i4	p10	i8	p2	i16	p12	i6	p12	i18	p6	i4
25	p2	p9	p3	p7		p3	p8	p5	p8		p3	p18	p9	p2	
27			i2	p28		p10	i16		i16	p4		p6	i6		i4
29					p2	p10	p16	p10	p16	p2	p6	p12	p18	p6	p4
31							i2	p5	i16	p6	i6	p4	i6	p4	i2
33									p2	p12		p9	p18		p4
35											i2	p36	i18	p6	
37													p2	p12	p4
39															i2
φ	24	18	24	28	16	30	32	20	32	24	24	36	36	24	32

	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
3	p8		p42	i10		i22	p23		p42	i20
5	p20	p6	p42	p10		p22	p46	p8	p42	
7	p40		p6	i10	p12	i22	p23	i4		i4
9	p4		p21	p5	p6	p11	p23		p21	p10
11	p40	i6	p7			i22	p46	i8	p21	i10
13	p40	p2	p21	p10	p12	p11	p46	p8	p14	p20
15	p40		p21	i10		i22	p46		p7	
17	p40	p6	p21	p10	p4	p22	p23	p2	p42	p20
19	p40	i6	p42	i10	p2	i22	p46	i8	p6	i10
21	p20		p7	p2		p22	p23			p5
23	p10	i6	p21	i2	p12		p46	i4	p21	i20
25	p10	p3	p21	p5		p11	p23	p4	p21	
27	p8		p14	i10		i22	p23		p14	i20
29	p40	p2	p42	p10	p6	p11	p46	p8	p7	p10
31	p10	i6	p21	i10		i22	p46	i2	p6	i10
33	p20		p42		p3	p22	p46		p42	p20
35	p40		p7	i10		i22	p46	i8		
37	p5	p3	p6	p10	p4	p22	p23	p8	p21	p20
39	p20		p14	i10		i22	p46		p21	i10
41		p2	p7	p10	p6	p11	p46	p4	p14	p5
43				i2	p12	i22	p46	i8	p7	i4
45						p2	p46		p42	
47								i2	p42	i20
49										p2
φ	40	24	42	40	24	44	46	32	42	40

Annexe 2 : les $8k$

Nombres étudiés : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96.

$n = 8$

3 impaire ordre 2

(1 3)(2 6)(5 7)

$n = 16$

7 impaire ordre 2

(1 7)(2 14)(3 5)(4 12)(6 10)(9 15)(11 13)

$n = 24$

11 impaire ordre 2

(1 11)(2 22)(3 9)(4 20)(5 7)(6 18)(8 16)(10 14)(13 23)(15 21)(17 19)

$n = 32$

15 impaire ordre 2

(1 15)(2 30)(3 13)(4 28)(5 11)(6 26)(7 9)(8 24)(10 22)(12 20)(14 18)(17 31)(19 29)
(21 27)(23 25)

$n = 40$

19 impaire ordre 2

(1 19)(2 38)(3 17)(4 36)(5 15)(6 34)(7 13)(8 32)(9 11)(10 30)(12 28)(14 26)(16 24)(18 22)
(21 39)(23 37)(25 35)(27 33)(29 31)

$n = 48$

23 impaire ordre 2

(1 23)(2 46)(3 21)(4 44)(5 19)(6 42)(7 17)(8 40)(9 15)(10 38)(11 13)(12 36)(14 34)(16 32)
(18 30)(20 28)(22 26)(25 47)(27 45)(29 43)(31 41)(33 39)(35 37)

$n = 56$

27 impaire ordre 2

(1 27)(2 54)(3 25)(4 52)(5 23)(6 50)(7 21)(8 48)(9 19)(10 46)(11 17)(12 44)
(13 15)(14 42)(16 40)(18 38)(20 36)(22 34)(24 32)(26 30)(29 55)(31 53)(33 51)
(35 49)(37 47)(39 45)(41 43)

n=64

31 impaire ordre 2

(1 31) (2 62) (3 29) (4 60) (5 27) (6 58) (7 25) (8 56) (9 23) (10 54) (11 21) (12 52) (13 19) (14 50) (15 17) (16 48) (18 46) (20 44) (22 42) (24 40) (26 38) (28 36) (30 34) (33 63) (35 61) (37 59) (39 57) (41 55) (43 53) (45 51) (47 49)

n=72

35 impaire ordre 2

(1 35) (2 70) (3 33) (4 68) (5 31) (6 66) (7 29) (8 64) (9 27) (10 62) (11 25) (12 60) (13 23) (14 58) (15 21) (16 56) (17 19) (18 54) (20 52) (22 50) (24 48) (26 46) (28 44) (30 42) (32 40) (34 38) (37 71) (39 69) (41 67) (43 65) (45 63) (47 61) (49 59) (51 57) (53 55)

n=80

39 impaire ordre 2

(1 39) (2 78) (3 37) (4 76) (5 35) (6 74) (7 33) (8 72) (9 31) (10 70) (11 29) (12 68) (13 27) (14 66) (15 25) (16 64) (17 23) (18 62) (19 21) (20 60) (22 58) (24 56) (26 54) (28 52) (30 50) (32 48) (34 46) (36 44) (38 42) (41 79) (43 77) (45 75) (47 73) (49 71) (51 69) (53 67) (55 65) (57 63) (59 61)

***n*=88**

43 impaire   ordre 2

(1 43) (2 86) (3 41) (4 84) (5 39) (6 82) (7 37) (8 80) (9 35) (10 78) (11 33) (12 76) (13 31) (14 74) (15 29) (16 72) (17 27) (18 70) (19 25) (20 68) (21 23) (22 66) (24 64) (26 62) (28 60) (30 58) (32 56) (34 54) (36 52) (38 50) (40 48) (42 46) (45 87) (47 85) (49 83) (51 81) (53 79) (55 77) (57 75) (59 73) (61 71) (63 69) (65 67)

***n*=96**

47 impaire   ordre 2

(1 47) (2 94) (3 45) (4 92) (5 43) (6 90) (7 41) (8 88) (9 39) (10 86) (11 37) (12 84) (13 35) (14 82) (15 33) (16 80) (17 31) (18 78) (19 29) (20 76) (21 27) (22 74) (23 25) (24 72) (26 70) (28 68) (30 66) (32 64) (34 62) (36 60) (38 58) (40 56) (42 54) (44 52) (46 50) (49 95) (51 93) (53 91) (55 89) (57 87) (59 85) (61 83) (63 81) (65 79) (67 77) (69 75) (71 73)

Annexe 3 : les $8k + 4$

Nombres étudiés : 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100.

***n* = 12**

5 paire   ordre 2

(1 5)(2 10)(4 8)(7 11)

***n* =20**

9 paire   ordre 2

(1 9)(2 18)(3 7)(4 16)(6 14)(8 12)(11 19)(13 17)

***n* =28**

13 paire   ordre 2

(1 13)(2 26)(3 11)(4 24)(5 9)(6 22)(8 20)(10 18)(12 16)(15 27)(17 25)(19 23)

***n* =36**

17 paire   ordre 2

(1 17)(2 34)(3 15)(4 32)(5 13)(6 30)(7 11)(8 28)(10 26)(12 24)(14 22)(16 20)(19 35) (21 33)(23 31)(25 29)

***n* =44**

21 paire   ordre 2

(1 21)(2 42)(3 19)(4 40)(5 17)(6 38)(7 15)(8 36)(9 13)(10 34)(12 32)(14 30)(16 28) (18 26)(20 24)(23 43)(25 41)(27 39)(29 37)(31 35)

***n* =52**

25 paire ordre 2

(1 25)(2 50)(3 23)(4 48)(5 21)(6 46)(7 19)(8 44)(9 17)(10 42)(11 15)(12 40)
(14 38)(16 36)(18 34)(20 32)(22 30)(24 28)(27 51)(29 49)(31 47)(33 45)(35 43)(37 41)

***n* =60**

29 paire ordre 2

(1 29)(2 58)(3 27)(4 56)(5 25)(6 54)(7 23)(8 52)(9 21)(10 50)(11 19)(12 48)(13 17)
(14 46)(16 44)(18 42)(20 40)(22 38)(24 36)(26 34)(28 32)(31 59)(33 57)(35 55)(37 53)
(39 51)(41 49)(43 47)

***n*=68**

33 paire ordre 2

(1 33) (2 66) (3 31) (4 64) (5 29) (6 62) (7 27) (8 60) (9 25) (10 58) (11 23) (12 56) (13 21) (14 54) (15 19) (16 52) (18 50) (20 48) (22 46) (24 44) (26 42) (28 40) (30 38) (32 36) (35 67) (37 65) (39 63) (41 61) (43 59) (45 57) (47 55) (49 53)

***n*=76**

37 paire ordre 2

(1 37) (2 74) (3 35) (4 72) (5 33) (6 70) (7 31) (8 68) (9 29) (10 66) (11 27) (12 64) (13 25) (14 62) (15 23) (16 60) (17 21) (18 58) (20 56) (22 54) (24 52) (26 50) (28 48) (30 46) (32 44) (34 42) (36 40) (39 75) (41 73) (43 71) (45 69) (47 67) (49 65) (51 63) (53 61) (55 59)

***n*=84**

41 paire ordre 2

(1 41) (2 82) (3 39) (4 80) (5 37) (6 78) (7 35) (8 76) (9 33) (10 74) (11 31) (12 72) (13 29) (14 70) (15 27) (16 68) (17 25) (18 66) (19 23) (20 64) (22 62) (24 60) (26 58) (28 56) (30 54) (32 52) (34 50) (36 48) (38 46) (40 44) (43 83) (45 81) (47 79) (49 77) (51 75) (53 73) (55 71) (57 69) (59 67) (61 65)

***n*=92**

45 paire ordre 2

(1 45) (2 90) (3 43) (4 88) (5 41) (6 86) (7 39) (8 84) (9 37) (10 82) (11 35) (12 80) (13 33) (14 78) (15 31) (16 76) (17 29) (18 74) (19 27) (20 72) (21 25) (22 70) (24 68) (26 66) (28 64) (30 62) (32 60) (34 58) (36 56) (38 54) (40 52) (42 50) (44 48) (47 91) (49 89) (51 87) (53 85) (55 83) (57 81) (59 79) (61 77) (63 75) (65 73) (67 71)

***n*=100**

49 paire ordre 2

(1 49) (2 98) (3 47) (4 96) (5 45) (6 94) (7 43) (8 92) (9 41) (10 90) (11 39) (12 88) (13 37) (14 86) (15 35) (16 84) (17 33) (18 82) (19 31) (20 80) (21 29) (22 78) (23 27) (24 76) (26 74) (28 72) (30 70) (32 68) (34 66) (36 64) (38 62) (40 60) (42 58) (44 56) (46 54) (48 52) (51 99) (53 97) (55 95) (57 93) (59 91) (61 89) (63 87) (65 85) (67 83) (69 81) (71 79) (73 77)

Annexe 4 : les $8k+2$

Nombres étudiés (quand ce ne sont pas des doubles de nombres premiers, on a indiqué ceux-ci par $2p$ entre parenthèses) : 10 ($2p$), 18, 26 ($2p$), 34 ($2p$), 42, 50, 58 ($2p$), 66, 74 ($2p$), 82 ($2p$), 90, 98.

***n* =18**
7 paire ordre 3
(1 7 13)(2 14 8)(4 10 16)(5 17 11)

***n* =42**
19 paire ordre 6
(1 19 25 13 37 31)(2 38 8 26 32 20)(3 15 33 39 27 9)(4 34 16 10 22 40)(5 11 41 23 17 29)
(6 30 24 36 12 18)

***n* =50**
23 paire ordre 20
(1 23 29 17 41 43 39 47 31 13 49 27 21 33 9 7 11 3 19 37)
(2 46 8 34 32 36 28 44 12 26 48 4 42 16 18 14 22 6 38 24)(5 15 45 35)(10 30 40 20)

***n*=66**
31 paire ordre 5
(1 31 37 25 49) (2 62 8 50 32) (3 27 45 9 15) (4 58 16 34 64) (5 23 53 59 47) (6 54 24 18 30) (7 19 61 43 13) (10 46 40 52 28) (12 42 48 36 60) (14 38 56 20 26) (17 65 35 29 41) (21 57 51 63 39)

***n*=90**
43 paire ordre 12
(1 43 49 37 61 13 19 7 31 73 79 67) (2 86 8 74 32 26 38 14 62 56 68 44) (3 39 57 21) (4 82 16 58 64 52 76 28 34 22 46 88) (5 35 65) (6 78 24 42) (9 27 81 63) (10 70 40) (11 23 89 47 41 53 29 77 71 83 59 17) (12 66 48 84) (18 54 72 36) (20 50 80) (25 85 55) (33 69 87 51)

***n*=98**
47 paire ordre 42
(1 47 53 41 65 17 15 19 11 27 93 59 29 89 67 13 23 3 43 61 25 97 51 45 57 33 81 83 79 87 71 5 39 69 9 31 85 75 95 55 37 73) (2 94 8 82 32 34 30 38 22 54 88 20 58 80 36 26 46 6 86 24 50 96 4 90 16 66 64 68 60 76 44 10 78 40 18 62 72 52 92 12 74 48) (7 35 77 91 63 21) (14 70 56 84 28 42)

Annexe 5 : les $8k+6$

Nombres étudiés (quand ce ne sont pas des doubles de nombres premiers, on a indiqué ceux-ci par $2p$ entre parenthèses) : 6 ($2p$), 14 ($2p$), 22 ($2p$), 30, 38 ($2p$), 46 ($2p$), 54, 62 ($2p$), 70, 78, 86 ($2p$), 94 ($2p$).

***n* =30**
13 paire ordre 4

(1 13 19 7)(2 26 8 14)(3 9 27 21)(4 22 16 28)(6 18 24 12)(11 23 29 17)

***n* =54**
25 paire ordre 9
(1 25 31 19 43 49 37 7 13)(2 50 8 38 32 44 20 14 26)(3 21 39)
(4 46 16 22 10 34 40 28 52)(5 17 47 41 53 29 23 35 11)(6 42 24)(12 30 48)(15 51 33)

***n*=70**
33 paire ordre 12
(1 33 39 27 51 3 29 47 11 13 9 17) (2 66 8 54 32 6 58 24 22 26 18 34) (4 62 16 38 64 12 46 48 44 52 36 68) (5 25 55 65 45 15) (7 21 63 49) (10 50 40 60 20 30) (14 42 56 28) (19 67 41 23 59 57 61 53 69 37 31 43)

***n*=78**
37 paire ordre 12
(1 37 43 31 55 7 25 67 61 73 49 19) (2 74 8 62 32 14 50 56 44 68 20 38) (3 33 51 15 9 21 75 45 27 63 69 57) (4 70 16 46 64 28 22 34 10 58 40 76) (5 29 59 77 41 35 47 23 71 53 11 17) (6 66 24 30 18 42 72 12 54 48 60 36)

Références

[1] Khalid Koufany, *Cours d'Algèbre, chapitre 4, Groupe de permutations, groupe symétrique*, voir là https://khalid-koufany.perso.math.cnrs.fr/Algebre2/ch4-groupes-symetriques.pdf.

[2] Larochette Jérémy, *Cours de MPSI, 2018*, voir là https://mp1.prepa-carnot.fr/wp-content/uploads/2020/11/15$_{G}$*roupe*$_{s}$*ymetrique.pdf*.

[3] Barôme Frédéric, *Chapitre 3 : Groupes symétriques*, voir là https://iremi.univ-reunion.fr/IMG/pdf/Barome$_{g}$*roupes*$_{s}$*ymetriques.pdf*.