Alain Connes avait donné en novembre 2010 à l'Institut Henri Poincaré une conférence intitulée *Espace-Temps et Nombres premiers : deux défis pour la géométrie*. Cette conférence est visionnable à l'adresse :
`http://www.poincare.fr/evenements/item/29-espace-temps.html`

Cette conférence n'est pas compréhensible par le néophyte mais le conférencier insiste sur le fait que cela n'a pas d'importance, on pourra la comprendre parfois 10 ans plus tard.

Il cite en début de conférence le principe de Ritz-Rydberg qui s'écrit :

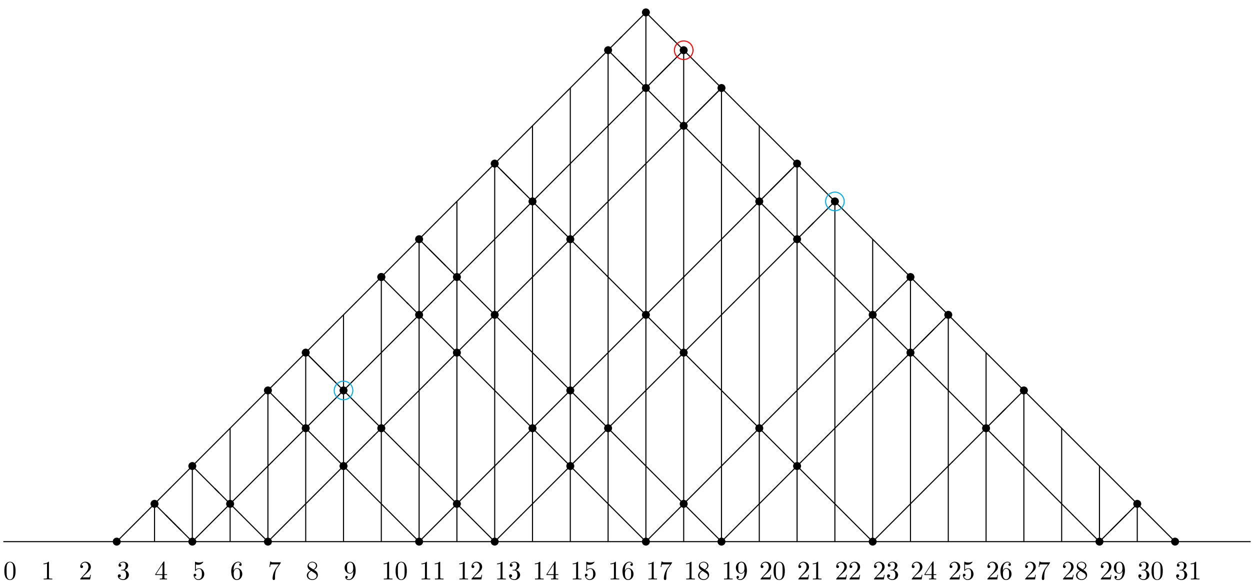
$$\nu_{\alpha\beta} + \nu_{\beta\gamma} \to \nu_{\alpha\gamma}$$

On peut "lier" ce principe à la Conjecture de Goldbach de la façon suivante :

$$\begin{array}{ll} 18 & = 5+13 \\ 44 & = 13+31 \\ \hline 36 & = 5+31 \end{array}$$

α correspond à l'entier 5, β à l'entier 13 et γ à l'entier 31. $\nu_{\alpha\beta}$ correspond à l'entier 18, $\nu_{\beta\gamma}$ correspond à l'entier 44 et $\nu_{\alpha\gamma}$ correspond à l'entier 36. On voit que $\nu_{\alpha\gamma} = \nu_{\alpha\beta} + \nu_{\beta\gamma} - 2\beta$.

La "déduction" de la décomposition de Goldbach du nombre pair 36 des décompositions de Goldbach des nombres pairs 18 et 44 se représente ainsi sur le maillage des décompositions de Goldbach ($\nu_{\alpha\beta}$ et $\nu_{\beta\gamma}$ représentés de couleur cyan, $\nu_{\alpha\gamma}$ représenté de couleur rouge) :



On pourrait exprimer une sorte de non-commutativité de la relation "=" (que l'on doit lire ici "a pour décomposition de Goldbach") comme ceci :

$$\begin{array}{lll} 18 & = 5+13 & = 13+5 \\ 44 & = 13+31 & \neq 5+39 \\ \hline 36 & = 5+31 & \end{array}$$

Essayons d'étudier plus avant la façon dont une décomposition de Goldbach est *engendrée* par deux autres décompositions de Goldbach.

La décomposition $16 = 3 + 13$ peut être considérée comme engendrée par les couples de décompositions parentes suivantes :

$$\begin{array}{ll} (14 = 3+11, & 24 = 11+13) \\ (10 = 3+7, & 20 = 7+13) \\ (8 = 3+5, & 18 = 5+13) \end{array}$$

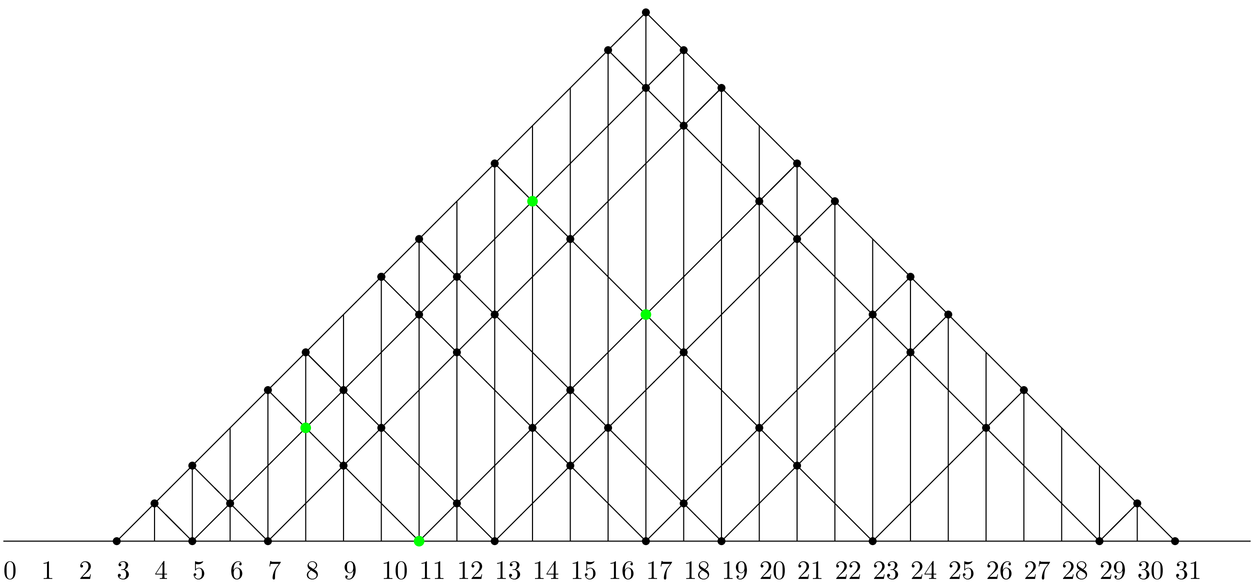
Tandis que $16 = 3 + 13$ peut être considérée comme engendrée par les seules décompositions parentes $(12 = 5 + 7, 18 = 7 + 11)$.

Similairement, la décomposition $28 = 5 + 23$ peut être considérée comme engendrée par les couples de décompositions parentes suivantes :

$$\begin{array}{ll}
(12 = 5 + 7, & 30 = 7 + 23) \\
(16 = 5 + 11, & 34 = 11 + 23)(*) \\
(18 = 5 + 13, & 36 = 13 + 23) \\
(22 = 5 + 17, & 40 = 17 + 23) \\
(24 = 5 + 19, & 42 = 19 + 23)
\end{array}$$

Tandis que $28 = 11 + 17$ peut être considérée comme engendrée par les seules décompositions parentes $(24 = 11 + 13, 30 = 13 + 17)$.

Graphiquement, le principe de Ritz-Rydberg se lit sur le maillage des décompositions en voyant une décomposition comme engendrée par les sommets de la diagonale opposée d'un rectangle dont elle est l'un des sommets et dont un double de premier est le sommet opposé. On fournit en vert le rectangle des décompositions marquées d'une étoile ci-dessus $28 = 5 + 23, 16 = 5 + 11, 22 = 11 + 11, 34 = 11 + 23$.



$(Denise\ Vella - Chemla,\ 20/4/2012)$