

Vision algorithmique de la Conjecture de Goldbach

Denise Vella-Chemla

23/11/2011

On appelle séquence d'entiers une suite finie ordonnée d'entiers. La fonction concaténation prend en argument deux séquences s_1 et s_2 et retourne la séquence constituée des éléments de s_1 suivis des éléments de s_2 .

Considérons les séquences d'entiers suivantes :

$$\begin{aligned}s_0 &= \{1, 3\} \\ s_1 &= \{1, 3, 5\} \\ s_2 &= \{3, 5, 7\}.\end{aligned}$$

Définissons la fonction $f(S)$ qui associe à la séquence d'entiers S une séquence d'entiers contenant tous les éléments de S auxquels on a ajouté 2.

Définissons alors s_{i+1} de la façon suivante : $s_{i+1} = f(s_i)$ si et seulement si le dernier élément de s_i augmenté de 4 n'est pas un nombre premier et $s_{i+1} = \text{concat}(\{1\}, f(s_i))$ sinon.

Démontrer la conjecture de Goldbach équivaut à démontrer que toutes les séquences engendrées par l'algorithme ainsi défini contiennent un nombre premier.

Les séquences pour les nombres pairs de 6 à 100 sont fournies ci-dessous. Les nombres premiers sont bleus.

6: 1 3
8: 1 3 5
10: 3 5 7
12: 1 5 7 9
14: 1 3 7 9 11
16: 3 5 9 11 13
18: 1 5 7 11 13 15
20: 1 3 7 9 13 15 17
22: 3 5 9 11 15 17 19
24: 1 5 7 11 13 17 19 21
26: 3 7 9 13 15 19 21 23
28: 5 9 11 15 17 21 23 25
30: 1 7 11 13 17 19 23 25 27
32: 1 3 9 13 15 19 21 25 27 29
34: 3 5 11 15 17 21 23 27 29 31
36: 5 7 13 17 19 23 25 29 31 33
38: 1 7 9 15 19 21 25 27 31 33 35
40: 3 9 11 17 21 23 27 29 33 35 37
42: 1 5 11 13 19 23 25 29 31 35 37 39
44: 1 3 7 13 15 21 25 27 31 33 37 39 41
46: 3 5 9 15 17 23 27 29 33 35 39 41 43
48: 1 5 7 11 17 19 25 29 31 35 37 41 43 45
50: 3 7 9 13 19 21 27 31 33 37 39 43 45 47
52: 5 9 11 15 21 23 29 33 35 39 41 45 47 49
54: 1 7 11 13 17 23 25 31 35 37 41 43 47 49 51
56: 3 9 13 15 19 25 27 33 37 39 43 45 49 51 53
58: 5 11 15 17 21 27 29 35 39 41 45 47 51 53 55
60: 1 7 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 49 53 55 57
62: 1 3 9 15 19 21 25 31 33 39 43 45 49 51 55 57 59
64: 3 5 11 17 21 23 27 33 35 41 45 47 51 53 57 59 61
66: 5 7 13 19 23 25 29 35 37 43 47 49 53 55 59 61 63
68: 1 7 9 15 21 25 27 31 37 39 45 49 51 55 57 61 63 65
70: 3 9 11 17 23 27 29 33 39 41 47 51 53 57 59 63 65 67
72: 1 5 11 13 19 25 29 31 35 41 43 49 53 55 59 61 65 67 69
74: 1 3 7 13 15 21 27 31 33 37 43 45 51 55 57 61 63 67 69 71
76: 3 5 9 15 17 23 29 33 35 39 45 47 53 57 59 63 65 69 71 73
78: 5 7 11 17 19 25 31 35 37 41 47 49 55 59 61 65 67 71 73 75
80: 1 7 9 13 19 21 27 33 37 39 43 49 51 57 61 63 67 69 73 75 77
82: 3 9 11 15 21 23 29 35 39 41 45 51 53 59 63 65 69 71 75 77 79
84: 1 5 11 13 17 23 25 31 37 41 43 47 53 55 61 65 67 71 73 77 79 81
86: 3 7 13 15 19 25 27 33 39 43 45 49 55 57 63 67 69 73 75 79 81 83
88: 5 9 15 17 21 27 29 35 41 45 47 51 57 59 65 69 71 75 77 81 83 85
90: 1 7 11 17 19 23 29 31 37 43 47 49 53 59 61 67 71 73 77 79 83 85 87
92: 3 9 13 19 21 25 31 33 39 45 49 51 55 61 63 69 73 75 79 81 85 87 89
94: 5 11 15 21 23 27 33 35 41 47 51 53 57 63 65 71 75 77 81 83 87 89 91
96: 7 13 17 23 25 29 35 37 43 49 53 55 59 65 67 73 77 79 83 85 89 91 93
98: 1 9 15 19 25 27 31 37 39 45 51 55 57 61 67 69 75 79 81 85 87 91 93 95
100: 3 11 17 21 27 29 33 39 41 47 53 57 59 63 69 71 77 81 83 87 89 93 95 97