Grand entretien avec le mathématicien Alain Connes

Nicolas Martin : On retrouve souvent chez les grands scientifiques ce point commun, cette ligne de fuite ou cette échappée belle vers le monde des arts.

Poète, peintre, musicien ou romancier, en l'occurrence pour Alain Connes, médaille Fields et médaille d'or du CNRS, mathématicien à l'origine de la géométrie non commutative, une branche des mathématiques qui a pour ambition d'embrasser la GUT, la Grand Unified Theory, la théorie du tout qui réconcilierait la relativité générale et la mécanique quantique. Romancier, donc, musicien aussi, mais avant tout et pour toujours, chercheur obsessionnel.

Alain Connes est notre grand invité pour l'heure qui vient. Bienvenue dans la méthode scientifique.

Bonjour Alain Connes.

Alain Connes : Bonjour.

Nicolas Martin : Mille merci d'avoir accepté notre invitation, alors je vais faire un rapide mot de présentation sommaire que je vous laisserai le soin de compléter pour nos auditeurs qui ne vous connaissent pas encore.

Vous êtes donc mathématicien dans ce paradis pour chercheurs qu'est l'IHÉS, l'Institut des Hautes Études Scientifiques à Bures sur Yvette.

Alain Connes : Je suis d'abord au Collège de France, ne l'oublions pas, le Collège de France.

Nicolas Martin : J'y viens, également Professeur émérite au Collège de France, titulaire de la chaire Analyse et géométrie, membre de l'Académie des Sciences française, mais d'autres académies des sciences, notamment l'Académie des sciences, la National Academy of Sciences aux Etats-Unis, mais aussi au Danemark, en Norvège. Vous avez obtenu la médaille Fields qui est, je le rappelle, la plus grande distinction mathématique en 1982 pour vos travaux sur les algèbres d'opérateurs.

---

interviewé par Nicolas Martin le 17.5.2018 dans le cadre de l'émission de radio La méthode scientifique sur France Culture
https://www.franceculture.fr/emissions/la-methode-scientifique/la-methode-scientifique-du-jeudi-17-mai-2018

On peut dire que vous avez en quelque sorte révolutionné l'algèbre en fondant la géométrie non commutative, vous nous en reparlerez et le CNRS vous a décerné sa médaille d'or en 2004 pour la résolution des problèmes mathématiques soulevés par la physique quantique et la relativité. Et vous venez de publier votre deuxième roman après *"Le théâtre quantique"*, *"Le Spectre de l'Atacama"*, coécrit avec votre épouse Danye Chéreau et votre ancien directeur de thèse Jacques Dixmier. C'est aux éditions Odile Jacob. Que faut-il ajouter Alain Connes à cette description ?

Alain Connes : Disons que si vous voulez, effectivement, c'est un parcours scientifique qu'on peut regarder maintenant avec du recul. Et je commencerai par dire si vous voulez que chaque mathématicien est un cas particulier. Donc, je veux dire il n'y a pas de généralité à faire et en fait, le parcours que j'ai suivi, j'ai mis beaucoup de temps pour trouver ma voie, c'est-à-dire, au départ, si vous voulez, j'avais commencé par faire de la logique avec l'analyse non standard, avec Gustave Choquet. J'avais fait un peu de théorie des nombres aussi, et c'est finalement avec Jacques Dixmier que j'ai trouvé ma voie.

Et donc, en fait, le parcours commence avec lui, avec les algèbres d'opérateurs et en fait, avec, si vous voulez, ce que von Neumann avait compris à partir des découvertes de la mécanique quantique, c'est von Neumann, qui avait formalisé la mécanique quantique et donc le formalisme qu'il avait mis au point, si vous voulez, n'a pas changé depuis, on peut dire que ce cadre qu'il a créé, le cadre de l'espace de Hilbert, des vecteurs dans l'espace de Hilbert, des états, etc., c'est quelque chose qui n'a jamais été remis en question depuis les années 1930. Mais il a été beaucoup plus loin, avec un collaborateur qui s'appelle Murray, et en gros, si vous voulez von Neumann s'est posé la question de savoir quand est ce qu'on pouvait définir un sous-système d'un système quantique. C'est-à-dire que quand on prend un système quantique, normalement, il implique tous les opérateurs dans l'espace de Hilbert. Bon, ça, c'est un peu technique, mais von Neumann s'était posé la question de savoir quand est-ce qu'on a un sous-système ? Et au départ, on penserait que simplement quand on a un sous-système, l'Espace de Hilbert se factorise en produit de deux sous-systèmes, mais von Neumann avait réfléchi de manière beaucoup plus profonde, en cherchant à comprendre au niveau algébrique, donc, on revient à l'algèbre, au niveau algébrique, en quoi se manifestait cette factorisation. Et avec Murray, ils ont eu une surprise extraordinaire, C'est-à-dire qu'ils ont trouvé qu'au-delà des factorisations très simples de l'espace de Hilbert en produit tensoriel, comme on appelle cela en mathématiques, il y avait des factorisations algébriques, ce qui a donné la notion de facteur, c'est-à-dire que dans le langage des algèbres d'opérateurs, il y a une notion essentielle qu'il faut arriver à comprendre dès le départ comme étant issue d'un problème essentiel de mécanique quantique, qui est de savoir quand est-ce qu'on peut caractériser un sous-système.

Et alors ? La merveille qui s'est produite, c'est la suivante, c'est que von Neumann a créé ses facteurs. Dieudonné les a appelés algèbre de von Neumann, puisque elles étaient dues à von Neumann, Dixmier a travaillé énormément dessus. Et quand je suis arrivé, j'ai eu la chance d'arriver à un bon moment. C'était à un moment ou un mathématicien japonais qui s'appelle Tomita avait, peut être 5 ou 6 ans avant, trouvé une théorie très, très intéressante. Et j'ai eu la chance de découvrir qu'en fait, l'évolution dans le temps qui était associée à chaque état, normalement, dans une algèbre, après avoir fait des calculs très, très, très compliqués pendant pendant des mois et des mois, j'ai fini par découvrir que cette évolution dans le temps, elle était unique, elle était en fait indépendante de l'état modulo, ce que l'on appelle les automorphismes intérieurs, c'est quelque-chose d'invisible. Donc, en fait, j'ai compris à ce moment-là que, si vous voulez, ces facteurs de von Neumann lorsqu'ils étaient d'un type assez exotique qu'on appelle le type III, ils engendraient leur propre temps. Et du fait qu'ils engendrent leur propre temps, ça a créé quantités d'invariants qui ont permis de débloquer complètement effectivement la classification de ces facteurs. Ces facteurs apparaissaient comme quelque chose d'intraitable avant, et dans ma thèse, sous Jacques Dixmier, en fait, j'ai montré comment on pouvait, si vous voulez, ramener ces facteurs à des choses beaucoup plus simples grâce à cette évolution dans le temps et comment ils avaient, si vous voulez, toutes sortes d'invariants, comme les périodes, etc., etc.

Nicolas Martin : C'est la non commutativité.

Alain Connes : Non, ce qu'il faut retenir, à un niveau abstrait, au niveau conceptuel, ce qu'il faut retenir, c'est que la non commutativité avait été découverte par un physicien, par Heisenberg. Donc, ça, c'était une découverte, presque, comment dire... presque à partir de l'expérience, c'est à dire que Heisenberg s'était basé sur les lois de la spectroscopie. C'est-à-dire qu'on observe des spectres. Ces spectres ont des propriétés très particulières et Heisenberg avait compris, à partir de ce qu'on appelle le principe de composition de Ritz-Rydberg, qu'en fait, si vous voulez l'algèbre qui était sous-jacente à la mécanique quantique, il a compris ça en 1925 et c'est une découverte fondamentale, était une algèbre non-commutative. Je ne rappelle pas l'anecdote, bien sûr, qui était qu'il était sur l'île d'Helligoland, qu'il était seul. Il pouvait enfin travailler tranquille parce qu'il n'avait plus de cours à donner, parce qu'on l'avait envoyé là, parce qu'il avait le rhume des foins. Il habitait chez une vieille dame, il pouvait travailler tant qu'il voulait. Il faisait des calculs, des calculs très compliqués. Et puis, une nuit, à 4 heures du matin, il a compris.

Nicolas Martin : Eurêka ! Ça existe, donc !

Alain Connes : Ça existe.

Et il a eu devant ses yeux, ça, il le dit, un paysage absolument merveilleux, qui était presque effrayant de nouveauté. C'était le paysage de la mécanique quantique et c'était le paysage du non commutatif. Ce qu'avait compris Heisenberg, c'est que quand on travaille avec un système microscopique, un tout petit système, on n'a plus le droit de permuter les lettres quand on fait des calculs en physique, vous savez, quand on écrit $e = mc^2$, on pourrait écrire $e = c^2$ fois m, ce serait kif kif, ce serait pareil. Bon.

Nicolas Martin : Ça, c'est commutatif.

Alain Connes : Ça, c'est commutatif. Mais ce qu'a compris Heisenberg, c'est que quand on travaille justement, par exemple, avec la position et le momemt, bon, c'est la vitesse multipliée par la masse, d'une particule microscopique, à ce moment-là, il faut faire attention, exactement comme nous faisons attention lorsque nous écrivons. Lorsque nous écrivons, évidemment, on n'a pas le droit de permuter les lettres, puisque si on les permute, ça fait une anagramme, on peut obtenir n'importe quoi à partir de quelque chose. Le premier livre qu'on a écrit avec Danye Chéreau et Jacques Dixmier, aussi chez Odile Jacob...

Nicolas Martin : *Le théâtre quantique...*

Alain Connes : Oui, *Le théâtre quantique*, on cite des anagrammes, donc, je veux dire, par exemple *L'Horloge des anges ici-bas* et *Le boson scalaire de Higgs*. On voit qu'en permutant les lettres, on peut changer le sens de manière complète.

Nicolas Martin : C'est le bonheur de notre collègue Etienne Klein.

Alain Connes : Absolument, voilà. Étienne Klein est un grand spécialiste des anagrammes.

Nicolas Martin : Alain Connes, ça fait Nicolas Anne, vous voyez, c'est à peu près mon niveau en mathématiques.

Alain Connes : Non, mais une fois, j'avais reçu un e-mail de quelqu'un. Je ne comprenais absolument pas ce qu'il voulait dire. Je croyais qu'il était devenu fou, mais il y avait l'anagramme de mon nom cinq fois. Bon, ce qui est facile à trouver, je veux dire... Donc, pour en revenir à Heisenberg, si vous voulez, il a eu cette découverte extraordinaire, qui est que quand on travaille avec un système microscopique, ce qu'on appelle les observables, les variables naturelles du système ne commutent plus entre elles. Qu'est-ce que ça veut dire ? Ça veut dire que quand on prend ce qu'on appelle en physique l'espace des ases du système, c'est un espace qui ne correspond plus à la description que Descartes faisait et qui a été à la source de toute la géométrie algébrique, ce qu'on appelle la géométrie algébrique, c'est à dire d'un côté, il y a la géométrie, de l'autre côté, il y a les coordonnées de l'espace comme Descartes le faisait, mais ces coordonnées, elles commutent d'habitude.

La découverte d'Heisenberg, c'est que quand on prend l'espace des phases de la physique, on ne peut plus supposer que les coordonnées commutent. Et ce qui est à la racine de la géométrie non commutative, c'est exactement cela. C'est-à-dire qu'il y a des espaces qui sont en fait des espaces naturels, ce ne sont pas des espaces pathologiques ou quoi que ce soit.

Il y a des espaces naturels dans lesquels, justement, les coordonnées ne commutent plus. Alors en fait, si vous voulez, ce qui a rendu la théorie intéressante, ce qui a rendu la théorie vraiment intéressante, parce que généraliser la géométrie algébrique aux cas où les coordonnées ne commutent plus, ça paraît une tâche fastidieuse, et qui ne réserve pas de grandes surprises. Mais ce qui moi m'a motivé, si vous voulez, pour développer la géométrie non commutative, c'est précisément le travail que j'avais fait dans ma thèse sous la direction de Jacques Dixmier, et qui avait montré qu'un espace non commutatif, c'est-à-dire une algèbre non commutative, engendre son propre temps. Et alors ça, si vous voulez, c'est tellement nouveau par rapport à la géométrie ordinaire... Qu'est-ce que ça veut dire ? Ça veut dire que la géométrie ordinaire, commutative, elle est statique, elle bouge pas, alors que la géométrie non commutative, il y a automatiquement un temps qui se dégage. Et ce temps va permettre de faire des choses qu'on n'aurait aucune idée de faire autrement. En particulier, il permet de faire la thermodynamique d'un espace non commutatif. Il permet par exemple d'avoir un espace non commutatif, et de le refroidir. Donc ça, c'est tout à fait inattendu, si vous voulez, c'est quelque chose qui est complètement nouveau.

Et c'est ça, bien sûr, qui m'a motivé pendant des années et des années, pendant pratiquement tout mon trajet scientifique, à explorer ces espaces, à explorer la géométrie pour ces espaces qui sont complètement nouveaux.

Nicolas Martin : Et cette notion de temps, d'ailleurs, que vous avez explorée aussi avec Carlo Rovelli, que nous recevions ici même, il y a peu de temps. On va remettre le lien sur le fil Twitter de l'émission. J'aimerais interroger, Alain Connes, quelque chose que je fais souvent avec les grands scientifiques qui se succèdent à ce micro, c'est la question de la vocation. On vous décrit en ce début de carrière que vous venez de nous raconter brillamment et cette anecdote, que vous avez fini par nous raconter, d'Heisenberg, finalement, malgré avoir dit l'inverse. On vous décrit comme un jeune mathématicien au talent exceptionnel. Quel est le sentiment... Quelle est la conception que vous avez justement de cette vocation, de cet attrait pour les mathématiques ? A quel moment ça naît ? Comment ça germe ? Est-ce qu'il y a une vocation ou est-ce qu'il n'y a pas une vocation, est-ce que c'est un accident de parcours ?

Alain Connes : Bon, je pense que c'est quelque chose qui naît assez lentement, c'est-à-dire que, si vous voulez dans mes études, effectivement, assez vite, j'ai passé beaucoup plus de temps à essayer de développer mes propres idées, à essayer de me créer mon propre terrain que d'être scolaire et de suivre les cours, etc. Donc, ça s'est produit en fait très tôt, ça s'est produit très tôt et je me souviens, par exemple *(petit rire)*. Je me souviens que quand j'étais enfant, je crois que c'était en seconde ou en première : j'avais eu un prof de math et il avait dit dans la classe qu'il n'y avait pas de formule qui donnait le nombre de nombres premiers plus petits que n.

Alors évidemment, ce n'est pas vrai, je veux dire. Je pense que ce qu'il avait en tête, c'est qu'il y a pas de formule simple ; en fait, d'ailleurs, il existe une formule simple, mais elle n'est pas très, très utile. Je peux vous la donner, comme ça on verra.

Nicolas Martin : Donnez-la nous.

Alain Connes : Donc ce n'est pas une formule pour $\pi(n)$, le nombre de nombres premiers plus petits que n. C'est une formule pour $n - 2\pi(n) - 2$. Mais enfin bon, peu importe. Et puis, c'est vrai seulement pour n plus grand que 13. D'accord ? Mais n'empêche, c'est très simple. C'est la partie entière de la somme de 1 à n de cosinus $\pi\Gamma(k)$ sur k. D'accord, on ne peut pas dire que c'est très compliqué. D'accord, donc, moi, le lendemain, j'étais revenu, j'étais revenu et j'avais donné à mon prof une formule qui était bien plus compliquée que celle là. Mais à partir de ce moment-là, j'avais franchi un pas qui est un pas essentiel pour le jeune mathématicien et ce pas essentiel, c'est de ne croire qu'en soi-même, c'est-à-dire de ne pas donner du crédit à l'autorité. Et ça, c'est extrêmement important. Et je pense que les mathématiques sont un sujet dans lequel c'est possible. Ce serait beaucoup plus difficile en chimie, en histoire, etc. Parce que là, la connaissance joue un rôle absolument essentiel...

Nicolas Martin : L'observation ?

Alain Connes : Pas seulement, mais l'accumulation des connaissances, alors qu'en mathématiques, on peut très bien se trouver face à face à un problème. Le problème est très simple à poser et a priori, il n'y a pas de raison pour que si on trouve une solution, elle ne soit pas juste. Donc, les mathématiques sont très particulières en ce sens-là, en ce sens où il n'y a pas, si vous voulez a priori, une espèce de bourrelet de savoir, de connaissances qui empêchent un jeune qui commence d'arriver à comprendre quelque chose que personne d'autre n'a compris. Ça, c'est extrêmement important.

Nicolas Martin : Ni Dieu ni maître en mathématiques.

Alain Connes : Oui, d'une certaine manière. Je vais dire, et en fait, une des conditions essentielles dans le parcours d'un mathématicien, c'est d'arriver à se remettre soi-même en question, c'est-à-dire si vous voulez, si, à partir du moment où on croit qu'on est plus fort que les autres, etc., là, c'est le début du déclin. Je crois qu'il est absolument essentiel de jamais penser que, justement, on a acquis suffisamment de connaissances, etc., ou je pense que ça, c'est essentiel, ou que la voie que l'on suit est forcément la bonne.

Je pense que ça, c'est un des sujets essentiels de notre livre avec Danye Chéreau et Jacques Dixmier.

Donc, dans *Le spectre d'Atacama*, on décrit le parcours d'un mathématicien qui s'appelle Armand, Armand Lafforêt. Et on met en évidence justement cette qualité, cette propriété essentielle qu'est le doute. Pourquoi ? Parce que rien ne dit que la voie dans laquelle on est engagé quand on veut résoudre un problème, soit la bonne. Il faut constamment se remettre en question. Il faut constamment se poser la question de savoir si, bien sûr, si on arrive au bout, tant mieux.

Mais quand le problème est très difficile et le problème dont on parle dans le livre est un problème extrêmement difficile, dans ces cas-là, effectivement, il n'y a pas d'autre issue que de douter constamment et d'être capable de se remettre en question.

Nicolas Martin : Sur justement ce rapport au travail, sur cet acharnement à résoudre les problèmes, vous vous êtes attaqué à la conjecture de Riemann, à l'hypothèse de Riemann qui est le huitième des 23 problèmes mathématiques pour le 20$^{\text{ème}}$ siècle de Hilbert, qui n'a, sauf preuve du contraire, et je parle sous votre contrôle pour le moment toujours pas été résolu. Vous parlez, Alain Connes, à ce propos-là et sur votre travail en général, de l'obsession du mathématicien, il y a quelque chose d'obsessionnel dans ce travail ?

Alain Connes : Oui, en fait, je me suis intéressé à ce problème complètement par hasard. Ça, il faut bien le savoir.

Nicolas Martin :

C'est-à-dire ?

Alain Connes : C'est-à-dire que comme c'est un des grands problèmes, mon principe de départ, c'était le contraire, c'est-à-dire que c'est toujours de rester marginal, de rester un petit peu en embuscade et de ne jamais m'intéresser à un problème comme celui-là. Sauf que ce qui est arrivé, c'était en 1996, et j'ai été invité à une conférence qui était pour le 70ème anniversaire de Atle Selberg.

Alors Atle Selberg est un très, très grand mathématicien norvégien qui, lui, a travaillé énormément sur l'hypothèse de Riemann et a trouvé des choses formidables.

Et à l'occasion de cette rencontre qui avait lieu à Seattle, en 96, il y a eu un jour... Bon, j'ai fait ma conférence parce que j'avais trouvé avec un collaborateur, avec Jean-Benoît Bost, on avait trouvé un système de mécanique quantique qui était relié à la fonction zêta de Riemann, mais il apparaissait comme étant relié de manière périphérique, c'est-à-dire la fonction zêta apparaissait, comme ce qu'on appelle la fonction de partition, mais c'était périphérique. Or, ce qui est arrivé, c'est que j'ai donné ma conférence. Et puis, à la fin de ma conférence, Atle Selberg est venu me voir et il m'a dit "It is not so clear that what you do will be related to the Riemann hypothesis."

Nicolas Martin : Il n'est pas très évident que ce que vous faites est relié à l'hypothèse de Riemann ?

Alain Connes : Exactement. Alors après, il y a eu, on a eu une rencontre, etc. Puis quand je suis rentré, j'étais vraiment pensif, pendant une semaine. À l'époque, il n'y avait pas de mail. Je ne regardais pas mes mails. Je pouvais être complètement déconnecté. Je suis resté dans le décalage horaire pendant environ 8 jours. Et puis, au bout de 8 jours, je me suis rendu compte qu'en fait, le système qu'on avait défini avec Jean-Benoît Bost donnait exactement l'espace que des gens avaient cherché à propos de ça.

Donc bon, alors j'ai dit "donnait "l"'espace". Rien ne dit que ce soit encore le bon.

Il n'empêche que ce que ça montrait tout de suite, ça montrait qu'une formule qui est essentielle dans cette théorie-là qu'on appelle la formule explicite de Riemann-Weil, elle apparaissait complètement naturellement à partir de la géométrie qu'on avait définie. Du coup, si vous voulez, j'ai écrit une note aux Comptes-Rendus. Et puis, de fil en aiguille, j'ai été pris dans cette espèce de... comment dire ? dans cette espèce de situation dans laquelle on ne contrôle plus, parce que c'est vrai que si vous voulez, dès que quelqu'un s'intéresse à ce problème, en gros, je rigole hein, mais en gros, si vous voulez, les autres mathématiciens souhaitent qu'il se casse la gueule et surtout, qu'il ne le résolve pas, et pour une bonne raison.

Nicolas Martin : Décidément, le milieu mathématique est encore plus anarchique qu'on ne l'imaginait avant de commencer cette émission.

Alain Connes : En fait, c'est plus compliqué que ça parce qu'en fait, comment dire, c'est très intéressant la sociologie du milieu mathématique. Mais cette hypothèse, l'hypothèse de Riemann, il faut comprendre en fait que sans que cela soit évident, elle est derrière un nombre incalculable de développements très fructueux dans les mathématiques du $20^{\text{ème}}$ siècle. Ça a commencé par la théorie des fonctions presque-périodiques de Bohr. Ça a continué avec tout ce qu'a fait André Weil et puis, bien sûr, Hasse, Artin, etc. sur la géométrie en caractéristique finie, ce qu'a fait Deligne, ce qu'a fait Grothendieck. Donc, si vous voulez, il y a une énorme influence de cette conjecture sur le développement des mathématiques.

Et en tout cas, ce qui, moi, m'attristerait terriblement, c'est si elle était résolue de manière anecdotique.

Et en fait, j'ai récemment, par exemple, j'ai gagné de l'argent par un journal de théorie des nombres qui reçoit assez souvent des articles qui prétendent démontrer cette hypothèse. En fait, ils me l'envoient et ils me payent quand je trouve l'erreur.

Pourquoi ? Parce que donc, vous voyez, je veux dire. C'est très, très compliqué.

C'est une situation extrêmement compliquée, extrêmement intéressante, extrêmement intéressante, parce qu'en fait, ce qui est probable, c'est qu'elle ne soit démontrée que quand le paysage qui l'entoure sera entièrement dévoilé. C'est un peu comme un sommet de montagne. Mais avant qu'on comprenne vraiment ce qui est derrière, apparemment, il n'y a pas de manière de couper, si vous voulez, il n'y a pas de raccourci et s'il y en avait un, ce serait un peu catastrophique parce que ça voudrait dire que le magnifique paysage que l'on doit découvrir à propos de cette conjecture, eh bien, il n'aurait pas été dévoilé.

Nicolas Martin : Et à 16h22, Nous poursuivons notre entretien avec Alain Connes, qui vient de publier un roman, son deuxième, *Le Spectre d'Atacama*, coécrit avec Danye Chéreau et Jacques Dixmier, puisqu'on parlait de la vocation dans votre carrière mathématique, Alain Connes, d'où vous vient cette volonté, cette envie d'écriture romanesque, de fiction ?

Alain Connes : Ah alors ça, c'est une envie de liberté, si vous voulez, en fait. C'est à dire qu'on en a beaucoup discuté ensemble, les trois auteurs. Mais le travail mathématique est un travail dans lequel, bien sûr, l'imagination joue un rôle, non négligeable, c'est évident. Mais cette imagination est terriblement corsetée. C'est-à-dire qu'il y a une réalité mathématique. J'utilise beaucoup l'ordinateur, énormément. Et cette réalité mathématique, elle est indéniable. C'est-à-dire que si on a une idée d'une formule, etc., on peut essayer de la vérifier, et si ça marche, ça marche et si ça ne marche pas, ça ne marche pas.

Donc, on a un rôle de l'imagination. Bien sûr, on a un rôle surtout, je dirais, de la création d'images mentales, c'est-à-dire que quand je dis imagination, c'est beaucoup plus, le fait qu'en cherchant un problème, même si on n'arrive pas à le résoudre, en fait, quand on n'arrive pas à le résoudre, c'est mieux parce que ça veut dire que c'est un problème qui nous permet de nous améliorer nous-mêmes, à ce moment-là, on crée des images mentales.

Quand vous voyez quelqu'un dans le métro, qui lit une partition de musique, si vous n'êtes pas musicien, ça ne vous dit rien. Si vous voyez un mathématicien qui lit des maths, ça ne vous dit rien non plus. Et par contre, un mathématicien, ça va lui parler tout de suite. Ça va lui parler tout de suite parce qu'il a des images mentales. Et ces images mentales, elles se réveillent dès qu'il voit les formules correspondantes.

Donc ça, c'est extrêmement important. Malheureusement, c'est très dur. C'est très, très difficile, c'est-à-dire que bon, on peut avoir une idée. Et puis, au bout d'un moment, quand on essaye d'écrire une démonstration, non, ça, il y a un truc qui colle pas, etc. donc si vous voulez, on se heurte à une réalité qui est extrêmement résistante. Par contre, dans l'écriture romanesque, qui est ce plaisir qu'on a eu tous les trois, ces deux fois, mais surtout la deuxième, parce qu'on a passé énormément de temps à écrire ce deuxième livre, dans cette écriture romanesque, là, justement, l'imagination peut se déployer. Et en fait, ce qui me frappe quand je regarde ce livre, c'est, surtout avec les développements actuels, ce qui me frappe, c'est l'infinie liberté dont jouit le héros, qui est Armand.

Nicolas Martin : Dans lequel on a du mal à ne pas vous reconnaître, Alain Connes.

Alain Connes : Oui...

Nicolas Martin : Il est mathématicien, il travaille à l'IHES...

Alain Connes : Oui, mais en fait, c'est vrai, il y a quelques ingrédients. Bien sûr, c'est vrai, Mais en fait, non, non, non, non. En fait, c'est un personnage de roman et c'est un personnage de roman qui jouit d'une liberté qui, malheureusement, sera de plus en plus difficile à avoir. Par exemple, bon, il va au Chili. Après, il décide de prendre un bateau, il va dans l'île des États, etc. Et alors, on se dit bien que maintenant, à l'heure actuelle, il aurait eu un compte Facebook, les gens se seraient aperçus qu'il ne répond plus, qu'il n'est plus là. On serait parti à sa recherche, etc. Donc cette notion de liberté fondamentale, cette magnifique liberté, elle est présente dans le livre. Elle montre, si vous voulez, à quel point elle est essentielle à la maturation d'une idée, etc. Justement, quand le mathématicien est obsédé par une idée.

Mais, ce qui me fait peur, c'est à quel point elle risque de disparaître. Vous savez, je raconte toujours cette anecdote, qui m'avait tellement frappé, qui était au moment d'une visite inopinée du président des Etats-Unis à l'Institut de Princeton et le directeur de l'Institut avait fait visiter les bureaux puisque bon, il voulait montrer... À un moment-donné, ils avaient frappé au bureau d'un mathématicien et ils étaient rentrés dans le bureau. Ils avaient trouvé le mathématicien allongé sur sa table, en train de dormir. *(rire d'AC).*

Donc voilà, alors que maintenant, ils seraient rentrés, qu'est-ce qu'ils auraient vu ? Ils auraient vu le mathématicien, devant son ordinateur, en train de répondre à 36 sollicitations, en général complètement sans intérêt. Il aurait dû, je sais pas, écrire un rapport ou faire etc. Mais si vous voulez, cette notion de ne rien faire, cette notion de laisser son esprit complètement en roue libre et capable, justement, à un moment donné, de vous réveiller et de vous dire voilà, là, il y a quelque chose, etc., eh bien, cette notion elle est, malheureusement, très, très menacée, par la technologie, par le fait que nous sommes de plus en plus enrégimentés, de plus en plus corsetés, de plus en plus labélisés.

Donc, je vais dire, la lecture de ce livre, je pense, donne un plaisir dans ce sens-là, c'est-à-dire on voit cet état pur en train d'être menacé, en train de disparaître, malheureusement.

Nicolas Martin : On reviendra... parce que vous parlez, effectivement, dans ce livre *Le Spectre d'Atacama* de l'intelligence artificielle sur laquelle vous n'avez pas un regard très clément, va-t-on dire. Mais avant cela, peut être, un mot, il y a plein de choses qui me viennent à l'esprit, mais peut-être, pour la suite de notre entretien et pour les auditeurs, un mot sur ce que raconte *Le Spectre d'Atacama*, trois personnages, vous l'avez dit, Armand, un mathématicien, Charlotte, une physicienne, et Ali, un informaticien, que se passe-t-il ? Ce sont les mêmes personnages que dans votre premier roman, par ailleurs.

Alain Connes : Bien sûr, ce sont les mêmes personnages. En fait, ce que raconte le roman, c'est un spectre, qui est reçu par l'Observatoire d'Alma...

Nicolas Martin : Alors ce n'est pas un fantôme, c'est un spectre...

Alain Connes : Ce n'est pas un fantôme ; un spectre, vous savez, c'est quelque chose qui a un sens à la fois physique et mathématique. La première manière dans les spectres sont apparus. C'est ce qu'on appelle des spectres d'absorption. Et c'est Fraunhofer, un physicien qui était opticien plutôt allemand, qui a eu cette idée géniale qui était de regarder le spectre du soleil qui avait été par exemple divulgué par Newton. C'est-à-dire on fait passer les rayons du soleil à travers un prisme et on obtient bien sûr les couleurs de l'arc en ciel.

Mais il avait eu cette idée extraordinaire de regarder ce spectre, par exemple, avec un microscope, et il s'était aperçu qu'il y avait des raies noires. Alors bien sûr, au départ, on peut penser les raies noires, c'est l'objectif qui est sale ou un truc comme ça. En fait, ce n'était pas le cas. Ces raies noires, il en avait répertorié environ 500 et c'est le premier spectre dont on a eu la trace physique. Et c'est ce qu'on appelle un spectre d'absorption.

Qu'est-ce que cela signifie ? Ça signifie si vous voulez que ces raies noires, en fait, elles viennent de la signature de certains corps chimiques qui sont contenus dans la couronne solaire, ça veut dire que la lumière qui vient du soleil, elle est absorbée par ces corps chimiques. Et comme ils ont une signature, ces corps chimiques, elle permet de savoir quelle est la composition, justement, de la couronne solaire. Alors après, on s'est aperçu qu'il n'y avait pas seulement des spectres d'absorption, mais qu'il y avait aussi des spectres d'émission.

Par exemple, quand on prend du sodium, qu'on le chauffe et on fait passer la lumière qui sort du sodium à travers un prisme. On obtient cette fois des raies brillantes sur un fond noir et ces raies brillantes sur un fond noir correspondaient exactement à certaines des raies noires, sur le fond lumineux, dans le spectre du soleil.

Et alors il y avait quelque chose de formidable aussi qui s'est produit.

C'est que parmi les spectres qu'on a pu reconnaître, il y en avait un complètement mystérieux, qui ne correspondait pas à un corps chimique sur la Terre. Et les physiciens et les chimistes ont eu cette idée formidable de dire "Oh ! C'est un corps chimique qu'on ne connaît pas." Et ils l'ont appelé l'hélium comme le Soleil, bien sûr. Alors, la merveille des merveilles, c'est qu'il y a eu une éruption du Vésuve, je ne sais plus en quelle année et qu'on a pu observer dans la lave du Vésuve exactement le spectre de l'hélium. Donc, la boucle était bouclée. Ça, ce sont les spectres de la physique. Au début du $20^{\text{ème}}$ siècle, les mathématiciens et les physiciens ont compris comment calculer ces spectres de la physique, à partir des mathématiques, et à partir d'une notion de spectre qui est issue des mathématiques et qui est centrale dans le formalisme de la mécanique quantique de von Neumann.

Donc, le spectre d'un opérateur, ça existe, c'est sa variabilité, c'est son espace vital, si vous voulez. Et en fait, alors le point de départ du livre, c'est Armand, qui est mathématicien, qui est un peu obsédé par un problème, etc. Et puis, un jour, il reçoit un message de Rodrigo, qui est un ami, qui est un astronome à l'observatoire d'Alma et qui lui dit "Viens me voir, viens me voir, il y a quelque chose d'extrêmement mystérieux, au Chili, dans le désert d'Atacama". Et finalement Armand, bien que son ami ne soit plus disponible parce qu'il a eu un AVC, finalement, il récupère le spectre, alors il récupère un spectre très, très bizarre, très bizarre. Et puis après, il va s'embarquer avec ce spectre dans toutes sortes d'aventures qui sont une espèce de fuite par rapport au comment dire, au brouhaha du monde moderne. Il essaye d'échapper au brouhaha du monde moderne pour essayer de se concentrer, de comprendre ce que c'est que ce spectre.

Alors, il va aller d'aventure en aventure. Comme ça, il va... Si vous voulez, son voyage physique est une métaphore de son voyage intellectuel, bien sûr. D'accord ?

Et alors après, ce qui est absolument incroyable, c'est qu'il va retrouver au fil de ses aventures, un autre des personnages du premier livre, qui est Charlotte et Charlotte, avait eu elle-aussi une expérience. Elle, elle avait vécu vraiment dans sa chair, si vous voulez, Charlotte, physicienne, qui est physicienne au CERN et dans le premier livre, elle avait vécu une expérience dans sa propre chair. Et c'est une expérience qui paraissait folle dans le premier livre, je pense que beaucoup de gens qui ont lu le premier livre considéraient que c'était une expérience tout à fait folle...

Nicolas Martin : *Le théâtre quantique*, publié chez Odile Jacob.

Alain Connes : Et alors, en fait, cette expérience, on a compris ce qui était derrière, dans le deuxième livre, et on a, comment dire, on a expliqué ce qui lui était arrivé parce qu'en fait, c'est d'ailleurs, c'est très amusant parce qu'Armand, lui, il l'avait fuie, et quand il apprend l'expérience dont Charlotte est rescapée...

Nicolas Martin : Une expérience de vie quantique

Alain Connes : Une expérience de vie quantique, quand il apprend cette nouvelle, en fait, elle est juxtaposée avec un article du Monde sur une représentation de *La Belle au bois dormant*. Et ce qui est derrière, parce qu'il y a beaucoup de choses cachées dans le livre, il faut le lire à plusieurs reprises, il y a énormément de choses qu'il faut comprendre. Ce qu'il faut comprendre, c'est que l'expérience de Charlotte, c'était exactement l'expérience de *La Belle au bois dormant*.

C'est-à-dire ? Elle avait été transpercée par une aiguille et elle a été réveillée par un Prince charmant, en l'occurrence, le Prince charmant, c'est Florimont. C'est un ordinateur.

Et on apprend dans le livre qu'alors que dans le premier livre, on disait "elle est ressuscitée". Elle est morte puisqu'elle a été transpercé dans le CERN, dans un des du CERN. Son cerveau a été entièrement pris par les ordinateurs, etc. Et puis, elle est ressuscitée par l'ordinateur. Donc, on ne comprenait pas. En fait, dans le deuxième livre, on comprend qu'elle n'est jamais morte parce que la mort est la mort cérébrale. Et quand son cerveau a été récupéré par l'ordinateur, alors, on pourrait se demander "mais pourquoi est-ce que l'ordinateur a voulu la ressusciter ?". En fait, c'est elle-même qui s'est ressuscitée. Et c'est elle-même qui s'est ressuscitée, en se rajoutant quelque chose, elle s'est rajouté un petit plus dans le cerveau. Et dans le deuxième livre, justement, ce qui est absolument étonnant, c'est qu'elle s'est rajouté quelque chose dans le cerveau. Alors ça lui permet de fonctionner beaucoup mieux quand elle est à proximité de Florimont, ce n'est pas au hasard. C'est le nom de l'ordinateur qui ressuscite, dans le ballet, c'est Florimont qui joue ce rôle-là.

Et donc, en fait, ce qui se produit, c'est que comme elle est, en fait, elle est un peu trans-humaine, c'est-à-dire qu'elle s'est rajouté quelque chose dans le cerveau, qui fait que quand elle est proche de l'ordinateur, elle fonctionne mieux. Alors, ce qui est très étonnant, c'est que ça lui permet de décanuler, comme on dit en mathématiques, c'est-à-dire de comprendre un autre spectre, qui est aussi envoyé en alternance par l'Observatoire d'Alma. Mais c'est Armand qui trouve la signification du premier spectre.

Nicolas Martin : Ne nous dévoilez pas tout parce que... il y a plein d'aventures, effectivement, à lire sur différents niveaux, et puis, il y a quelque chose aussi de très important dans ce roman dont il faudra que vous nous expliquiez la couverture aussi, parce qu'elle est assez surprenante, et cet autre élément, c'est la place de la musique, et notamment de cette musique.

Extrait du Quatuor pour la fin du temps de Messiaen

Nicolas Martin : Voilà, c'est un extrait du *Quatuor pour la fin du temps* d'Olivier Messiaen. Pourquoi, Alain Connes, en quelques mots, parce qu'on va entendre votre co-auteur, Jacques Dixmier, à ce propos, pourquoi l'importance d'Olivier Messiaen ?

Alain Connes : Alors pourquoi Olivier Messiaen en particulier ? C'est qu'en fait, si vous voulez, le temps, comme je le disais, a joué un rôle permanent dans mon évolution, dans mon parcours de mathématicien, et à propos de zêta, donc la fonction zêta de Riemann, alors que la plupart des autres chercheurs sur le problème, cherchent les zéros de zêta, c'est à dire le spectre, comme un spectre d'énergie ou un spectre de fréquences, je me suis aperçu que dans mon approche, ça apparaît comme un spectre de temps, un spectre de longueurs.

Et alors, quand on regarde ce qui correspond à zêta, mais qui a déjà été compris par le travail... par André Weil, si vous voulez, c'est un cas analogue, mais plus simple. Eh bien, dans ce cas-là, on obtient des temps, exactement comme dans le cas de zêta. Et ces temps vérifient une propriété extrêmement particulière comme temps d'attaque dans une mélodie et cette propriété extrêmement particulière est une propriété qui avait été mise en évidence par Messiaen, sous le nom de rythmes non-rétrogradables, et ça revient à une palindromie. Et cette propriété, en fait, est une propriété essentielle de la fonction zêta correspondante.

Donc, j'ai pensé que c'était une opportunité extraordinaire de faire le lien entre, justement, les zéros de fonction zêta, pour le cas analogue à celui d'André Weil avec Messiaen.

Nicolas Martin : N'en dites pas trop puisque nous allons entendre justement votre co-auteur et ex-directeur de thèse à ce propos sur le lien entre mathématiques et musique, puisque vous êtes allée rencontrer Jacques Dixmier, Céline Loozen, bonjour.

Céline Loozen : Oui, bonjour Nicolas, bonjour Alain Connes, bonjour a tous.

Je suis allée voir votre ancien directeur de thèse, Jacques Dixmier, pour comprendre un peu le lien entre les mathématiques et la musique, car dans l'écriture de votre roman, vous avez puisé des idées auprès de Messiaen, qui vous a inspiré sur la question du rythme et du temps. Et vous avez découvert une relation directe entre les concepts développés par Messiaen et les mathématiques. Cela vous a alors donné l'idée de composer vous-même de la musique, à partir des nombres premiers pour créer ce qu'on appelle des rythmes non-rétrogradables.

Jacques Dixmier : Les aspects de la musique dont il est question ici sont relativement élémentaires. On a été inspirés spécialement par le *Traité* de Messiaen, *Traité de musique et d'ornithologie*, je crois bien. Et comme il était beaucoup question de spectre dans le début de l'histoire, c'est lié, dans l'histoire, c'est lié à des observations astronomiques, puis c'est lié à des ondes de tremblements de terre. Enfin, les ondes, les valeurs propres interviennent souvent. Alors c'était pas tellement étonnant que la musique intervienne puisque c'est une question de fréquences, quand même, la hauteur d'un son, ça veut dire la fréquence de la vibration de l'air.

Céline Loosen : Quel est le rapport entre les nombres premiers et la composition arithmétique musicale, qui est mis en évidence à travers un des morceaux d'Olivier Messiaen.

Jacques Dixmier : Alors ça, c'est à la fin du livre, effectivement, où on utilise les nombres premiers pour fabriquer des rythmes. Pour trouver certains rythmes, on fait appel alors à une théorie mathématique qui elle est extrêmement élaborée. Ça s'appelle la théorie des courbes algébriques sur les corps finis et à l'action de l'automorphisme de Frobenius *(J.D. rit.)* C'est lié à ça. Les diagrammes qu'on trouve vers la fin, avec les différents rythmes, sont liés à ce problème.

Céline Loosen : Et on retrouve l'idée du spectre qui, elle, est omniprésente à travers l'histoire.

Jacques Dixmier : Oui, l'idée de spectre intervient dans le livre, à beaucoup d'aspects. Ce n'est pas étonnant d'ailleurs, vus les travaux d'Alain Connes. Pour lui, le spectre d'un opérateur, c'est quelque chose de fondamental. Mais alors, ce qui nous a amusés, c'est que ça puisse intervenir dans une histoire et pas dans un mémoire...

Céline Loosen : Notamment, il est question de l'espace, espace à une gamme musicale. Et qu'est-ce qu'on retrouve dans la musique de Messiaen qui est cité tout au long de l'ouvrage ?

Jacques Dixmier : Eh bien, il parle de rythmes.

Céline Loosen : Mais rythmes non-rétrogradables. Qu'est-ce que ça veut dire ?

Jacques Dixmier : Ça veut dire qu'on peut les retourner dans le temps et qu'ils sont identiques à eux-mêmes. Ce sont des rythmes, donc non-rétrogradables, ça veut dire un rapport assez particulier au temps qui sont obtenus par la méthode des courbes sur les corps finis qui sont dans le bouquin. Il y a des rythmes non-rétrogradables. Vous pouvez trouver les dessins. Voilà, là, par exemple, la droite représente le temps et les petites barre verticales donnent les temps d'attaque des notes.

Le fait que ça soit non-rétrogradable, vous pouvez le voir très bien. Par exemple, prenez le rythme qui est là et si vous allez dans les deux sens, regardez. Vous avez deux, deux notes rapprochées... ici aussi. Là, il s'agit donc des rythmes, pas des hauteurs. Vous voyez que, si vous le lisez à l'envers...

Céline Loosen : C'est comme un palindrome ?

Jacques Dixmier : Oui, c'est aussi le terme qu'il emploie. Mais là, c'est plus net, regardez. Ça commence ici ou là. Et puis, vous avez deux notes très rapprochées, deux notes très rapprochées, etc. Donc vous pouvez le lire à l'envers.

Céline Loosen : Il y a une forme de symétrie.

Jacques Dixmier : Voilà, d'ailleurs un mathématicien parlerait plutôt de symétrie. D'ailleurs, quand on parle d'automorphisme de Frobenius des courbes sur les corps finis, on parle de la symétrie de son spectre. Oui, mais alors, donc vous voyez les nombres qui sont là, ce sont les nombres premiers. Enfin, ceux-là sont compris entre 43 et 83. Et en particulier, donc, ils donnent lieu... C'est ça le point de vue du bouquin. On explique comment à chaque nombre premier, on peut associer un rythme. C'est ça.

Céline Loosen : Et quel est le rapport avec l'espace physique ?

Jacques Dixmier : En un sens, il y en a aucun. Sauf qu'on parle de spectre dans les deux cas. Dans l'espace physique, il y a des... Eh bien, par exemple, vous avez entendu parler des ondes gravitationnelles, qu'on vient de mettre en évidence et expérimentalement. Eh bien, comme toutes les ondes, elles ont des longueurs d'ondes, et des fréquences. Donc, ça démarre tout juste. Donc, on sait encore presque rien, mais on mesurera des vibrations de l'univers entier. On arrivera à faire ça d'ici quelques années. Il y aura sûrement là des spectres d'opérateurs qu'on pourra analyser mathématiquement. On vérifiera expérimentalement et ça sera l'analogue à l'échelle de l'univers, des vibrations d'un tambour, des vibrations, dans l'histoire, du désert d'Atacama, lorsqu'il y a un tremblement de terre, des notes de la guitare, tout ça ressort d'un schéma assez général.

Retour à l'interview initial.

Nicolas Martin : Voilà Jacques Dixmier, co-auteur avec vous, Alain Connes, du *Spectre d'Atacama*. Un mot sur cette analyse, cette interprétation en tout cas de votre usage de la musique dans le roman ?

Alain Connes : Oui, alors disons qu'effectivement, il y a deux aspects. D'abord, si vous voulez, lorsqu'on regarde le cas analogue de la fonction zêta, mais qui avait été résolu, lui, par André Weil, comme l'explique Jacques Dixmier, ce que ça va donner ? Ça va donner des rythmes, ça va donner des temps d'attaque, mais qui ont cette propriété particulière de palindromie, de symétrie et que Messiaen appelle rythmes non-rétrogradables. Mais qu'est-ce qu'il a en tête ? Il a en tête que si on les rétrograde, on obtiendra le même. Donc, ça ne donnera rien de nouveau. Donc c'est ça l'idée.

Alors, en fait, donc là, ce sont des rythmes. Mais j'ai été amené à composer, pour chaque nombre premier, des hauteurs qui ensuite seraient jouées par ces rythmes-là.

C'est ça qu'on va entendre. Et pour composer ces hauteurs, je me suis attelé à la tâche d'associer à chaque premier une mélodie, mais de manière purement mathématique.

C'est ça qu'on va écouter.

Nicolas Martin : C'est ça qu'on va écouter. On peut rappeler, bien sûr, à nos auditeurs qui n'ont vraiment pas la fibre mathématique, qu'un nombre premier'est un nombre qui n'est divisible que par lui même et par 1.

Voilà.

Courte écoute musicale.

Nicolas Martin : Qu'est-ce qu'on vient d'entendre, Alain Connes ?

Alain Connes : Alors, ce qu'on vient d'entendre, c'est très étonnant, c'est qu'on vient d'entendre une mélodie qui est différente pour chacun des nombres premiers entre 7 et 67 et comment elle a été construite, cette mélodie, elle a été construite de manière purement mathématique, c'est-à-dire que ce qu'on a fait : on a pris le spectre de la guitare. Quand vous regardez les frettes sur une guitare, en fait, ces frettes, elles ne sont pas du tout espacées de manière égale. Et quand on regarde ce que cela signifie mathématiquement, ce sont les puissances d'un nombre et ce nombre... donc elles sont espacées exactement comme les puissances d'un nombre. C'est q puissance n, disons. Et ce nombre, c'est la racine douzième de deux, mais c'est pratiquement aussi la racine dix-neuvième de trois.

Et c'est ce qui est à l'origine de la musique. Bon, alors, en fait, ce que l'on a fait pour définir cette mélodie associée à chacun des nombres premiers entre 7 et 67, c'est de regarder le nombre premier, de faire son développement en ce qu'on appelle une fraction continue, mais en prenant, par rapport à ces puissances de q, c'est à dire en essayant de l'écrire comme une puissance de q et à ce moment-là, on obtient automatiquement une mélodie, qui est palindromique ici. Et la manière dont on l'a entendue là, on l'a entendue de telle sorte que donc, chaque fois qu'il y avait un nombre premier, il y avait une mélodie correspondante. Elle était différente pour chacun des nombres premiers puisqu'on sait que leur développement en fractions continues sont différents.

Et maintenant, on va entendre jouer cette mélodie pour chaque nombre premier qui était jouée de manière égale, on va l'entendre jouer par un rythme qui est un rythme à la Messiaen, mais qui lui est associé à une fonction de zêta, comme l'expliquait Jacques Dixmier, qui est associée à une courbe. Donc, si vous voulez la différence fondamentale, ça va être que la fonction zêta va vous donner une manière de jouer, qui va être différente, au niveau rythme, au niveau des attaques des notes. Mais sinon, la mélodie sera exactement la même.

(Nouvelle écoute musicale.

Voilà, donc si vous voulez, ce qu'on a entendu, on a bien vu que là, y'avait, ta ta tata *(des accélérations, des notes très courtes)*, donc la manière de jouer est complètement différente. Et alors, ce qui est assez extraordinaire, c'est qu'on a fait les calculs pour 6 courbes différentes, et on s'aperçoit que chaque courbe, donc, elle a, comment dire, sa personnalité et elle joue d'une manière... mais d'une manière qui est cohérente. Donc c'est une espèce d'interprète. Donc ce qu'on dit là, c'est qu'on arrive à percevoir, par l'ouïe, par l'audition, on arrive à percevoir par l'ouïe, par l'audition, on arrive à percevoir quelque chose qui, normalement, est très, très difficile à comprendre, qui est justement, bon, ces valeurs propres du Frobenius qui font cette analogue de la fonction zêta de Riemann, mais qui sont perçues cette fois de manière rythmique, qui sont perçues comme des temps, d'accord, donc ça c'est un... Où ça intervient dans le livre ? Ça intervient de manière cruciale dans le livre parce que, en gros, un des messages du livre, c'est que s'il y a manière de communiquer avec des extraterrestres, avec une intelligence extraterrestre, les mathématiques sont un outil extraordinaire pour cela. Et en fait, donc, il y a là, l'Observatoire d'Alma a reçu deux spectres qui sont envoyés en alternance. C'est ce que l'on apprend au bout d'un moment dans le livre et le fait que l'on reçoive ces deux spectres et que l'on ait compris, grâce à Charlotte pour le premier spectre, grâce à Armand pour le second, ce que signifient ces deux spectres, eh bien, il y a une révélation, c'est forcément, ça nous vient d'êtres intelligents. Alors d'êtres intelligents, en quel sens ? intelligents, en quel sens ?

Là, c'est le summum de l'intelligence. C'est quelque chose qui a été trouvé par Bernard Riemann, qui était un mathématicien du 19$^{\text{ème}}$ siècle. Et c'est sans doute le summum de l'intelligence. C'est avoir compris que ce qui régit les nombres premiers, c'est de la musique. Ce qui régit les nombres premiers, ce sont ce qu'on appelle justement ces zéros de la fonction zêta. C'est eux qui régissent l'aléa qui est dans les nombres premiers et la conjecture de Riemann dont on parlait tout à l'heure, justement, elle est extrêmement signifiante pour la raison suivante. C'est que ce qu'elle dit, en gros, c'est que dans le spectre correspondant qui est *le Spectre d'Atacama*, qui est la couverture du livre. Dans ce spectre, ce que dit la conjecture de Riemann, c'est qu'il n'y aura pas de, il n'y aura pas, ce sera toujours des raies extrêmement précises, il n'y aura pas ce qu'on appelle de résonances, c'est-à-dire qu'il n'y aura pas d'endroit où, au lieu d'avoir un temps d'attaque qui est précis, il y a un temps d'attaque qui est diffus.

C'est ce que dit la conjecture. Ce qu'elle dit sur les nombres premiers, c'est qu'en fait, bien qu'ils aient l'air complètement aléatoires, ils sont gouvernés par un aléa, mais un aléa qui est parfaitement contrôlé, si vous voulez, et qui est parfaitement... Oui ?

Nicolas Martin : J'aimerais, parce qu'il nous reste juste peu de temps, une petite minute, juste un mot, tout de même, Alain Connes, pour conclure, sur cette tentation que j'ai envie d'appeler la tentation holistique : vous êtes mathématicien, romancier, musicien, la volonté de comprendre, d'intégrer ce langage mathématique comme langage universel, qu'en pensez vous ?

Alain Connes : Si vous voulez, voilà, ce que je pense, c'est la chose suivante : c'est que l'une des grandes trouvailles de l'esprit humain, c'est de comprendre, bon. L'esprit humain, au 19$^{\text{ème}}$ siècle, je parlais de Bernard Riemann, mais, parlons de Galois : Galois a été capable, sans avoir d'ordinateur, sans avoir de moyens de calcul, etc. de comprendre comment complètement capturer les relations rationnelles entre les racines d'une équation, en lui associant une autre équation et en résolvant celle-ci de manière tautologique, pratiquement. Mais il disait à l'époque : "Sautons à pieds joints sur les calculs." J'ai eu à faire, à l'Académie, un exposé sur Galois pour le deux-centième anniversaire de sa naissance, et j'ai montré, puisque maintenant on peut faire les calculs avec l'ordinateur, j'ai montré pour une équation du cinquième degré très simple, ce que donneraient les calculs, dans ce cas-là : on voit bien que Galois, ça lui était absolument impossible. Il n'empêche, il avait compris parfaitement, conceptuellement, tout ce qui était derrière. Et le message du livre, un message qui est très, très important, c'est que justement, on a tendance maintenant de nos jours, à se laisser aller à la tentation du faire sans comprendre, par opposition au comprendre sans faire de Galois et par opposition à la création des concepts qui est l'apanage des mathématiques.

Nicolas Martin : Ce sera le mot de la fin, Alain Connes, puisqu'il est 16h52... Un autre livre que nous vous conseillons : *Le Spectre d'Atacama*, d'Alain Connes, qui a été notre invité, co-écrit avec Danye Chéreau et Jacques Dixmier, c'est aux éditions Odile Jacob, merci beaucoup, Alain Connes, d'avoir accepté notre invitation et d'avoir été avec nous tout au long de cette heure.