

Unités (Denise Vella-Chemla, 14.1.2022)

On voudrait fournir ici les résultats d'un programme informatique qui montre certaines relations entre des listes de nombres, en lien avec la conjecture de Goldbach.

Le programme ci-après calcule des intersections d'ensembles de nombres, pour les nombres pairs de 6 à 100. Il s'agit de considérer, dans le résultat du programme fourni après celui-ci, la liste L3 (dont on omet le nombre 1 lorsqu'il appartient à cette liste), pour $n \geq 46$.

Pour les nombres pairs n compris entre 46 et 100, on constate que les nombres x qui sont à la fois premiers à n et premiers au produit des nombres premiers inférieurs à $\sqrt{n}$, que l'on notera *Prodprem* dans la suite¹, et dont le complémentaire à n (i.e. le nombre $n - x$) est aussi premier à *Prodprem*, sont des décomposants de Goldbach de n (sauf 1, lorsque ce nombre appartient à L3). On ne sait pas démontrer que l'intersection (notée L3 ici) des listes considérées n'est jamais vide.

Voici le programme.

```
import math

def prime(atester):
    pastrouve = True ; k = 2 ;
    if (atester in [0,1]): return False ;
    if (atester in [2,3,5,7]): return True ;
    while (pastrouve):
        if ((k * k) > atester): return True
        else:
            if ((atester % k) == 0): return False
            else: k=k+1

def pgcd(m, n):
    while (m != 0):
        r = n % m
        n = m
        m = r
    return(n)

def indic(n):
    compteur = 0
    for k in range(n+1):
        if pgcd(n,k) == 1:
            compteur += 1
    return compteur
```

¹Un nombre a est premier à un nombre b (différent de lui) si et seulement si leur pgcd est égal à 1 (i.e. si et seulement si a et b n'ont aucun facteur commun autre que 1).

```

def premiersa(n):
    Liste = []
    for k in range(n+1):
        if pgcd(n,k) == 1:
            Liste.append(k)
    return Liste

for n in range(6,102,2):
    print('n = ', n, ' -> ')
    print(' Nombres < n et premiers à n —> L1 = ', premiersa(n))
    moitie = int(n/2)
    rac = int(math.sqrt(n))
    prodprem = 1
    for x in range(rac+1):
        if prime(x):
            prodprem = prodprem * x
    liste1 = premiersa(n)
    liste2 = premiersa(prodprem)
    print(' Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> ',prod-
prem)
    print(' Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = ', liste2)
    liste3 = []
    for k in range(moitie):
        if k in liste1 and k in liste2 and n-k in liste2:
            liste3.append(k)
    print(' Nombres  $\in \cap(\text{Liste1}, \text{Liste2})$  dont le compl. à  $n \in \text{Liste2}$  —> L3 =
',liste3)
    nbsol = 0
    listedg = []
    for x in range(3,moitie+1,2):
        if prime(x) and prime(n-x):
            nbsol += 1
            listedg.append(x)
    print(' Liste des décomposants de Goldbach de n —> ', listedg)

```

Voici le résultat en sortie du programme.

```
n = 6 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 5]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 2
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [3]

n = 8 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 3, 5, 7]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 2
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [3]

n = 10 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 3, 7, 9]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 6
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1, 5]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [3, 5]

n = 12 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 5, 7, 11]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 6
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1, 5]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [5]

n = 14 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 3, 5, 9, 11, 13]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 6
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1, 5]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [3, 7]

n = 16 ->
  Nombres < n et premiers à n —> L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15]
  Prodprem = produit des nombres premiers <= sqrt(n) —> 6
  Nombres < Prodprem et premiers à Prodprem —> L2 = [1, 5]
  Nombres ∈ ∩(L1,L2) dont le compl. à n ∈ L2 —> L3 = []
  Liste des décomposants de Goldbach de n —> [3, 5]
```

$n = 18 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 6$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 5]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7]$

$n = 20 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 6$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 5]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7]$

$n = 22 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 6$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 5]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 5, 11]$

$n = 24 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 6$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 5]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7, 11]$

$n = 26 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [7]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7, 13]$

$n = 28 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [11]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11]$

$n = 30 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 7, 11, 13]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 11, 13]$

$n = 32 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [13]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 13]$

$n = 34 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [11]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 5, 11, 17]$

$n = 36 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [7, 13, 17]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7, 13, 17]$

$n = 38 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37]$
 $Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 19]$

$n = 40 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [11, 17]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 11, 17]$

$n = 42 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow L1 = [1, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 37, 41]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [13, 19]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 13, 19]$

$n = 44 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = []$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7, 13]$

$n = 46 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [17]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 5, 17, 23]$

$n = 48 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 30$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow L2 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [19]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7, 11, 17, 19]$

$n = 50 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 47, 49]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [13, 19]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7, 13, 19]$

$n = 52 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 41, 43, 45, 47, 49, 51]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [11, 23]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 23]$

$n = 54 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$

$L3 = [1, 11, 13, 17, 23]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 11, 13, 17, 23]$

$n = 56 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 51, 53, 55]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [13, 19]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 13, 19]$

$n = 58 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [11, 17]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 17, 29]$

$n = 60 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$

$L3 = [1, 13, 17, 19, 23, 29]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 13, 17, 19, 23, 29]$

$n = 62 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [1, 19]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 19, 31]$

$n = 64 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$

$L3 = [11, 17, 23]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 5, 11, 17, 23]$

$n = 66 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 5, 7, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, 65]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [13, 19, 23, 29]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7, 13, 19, 23, 29]$

$n = 68 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow L3 = [1, 31]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 31]$

$n = 70 \rightarrow$

Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$

$L1 = [1, 3, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 47, 51, 53, 57, 59, 61, 67, 69]$

$Prodprem =$ produit des nombres premiers $\leq \sqrt{n} \rightarrow 210$

Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$

$L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$

Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$

$L3 = [11, 17, 23, 29]$

Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 11, 17, 23, 29]$

$n = 72 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 11, 13, 19, 29, 31]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 13, 19, 29, 31]$

$n = 74 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 13, 31]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7, 13, 31, 37]$

$n = 76 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [17, 23, 29]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 5, 17, 23, 29]$

$n = 78 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 5, 7, 11, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 67, 71, 73, 77]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [11, 17, 19, 31, 37]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 7, 11, 17, 19, 31, 37]$

$n = 80 \rightarrow$ Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 47, 49, 51, 53, 57, 59, 61, 63, 67, 69, 71, 73, 77, 79]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 13, 19, 37]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 13, 19, 37]$

$n = 82 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [11, 23, 29]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 11, 23, 29, 41]$

$n = 84 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 79, 83]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 11, 13, 17, 23, 31, 37, 41]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 13, 17, 23, 31, 37, 41]$

$n = 86 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [13, 19]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 7, 13, 19, 43]$

$n = 88 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 79, 81, 83, 85, 87]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [17, 29, 41]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 17, 29, 41]$

$n = 90 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43]$

$n = 92 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [13, 19, 31]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 13, 19, 31]$

$n = 94 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [11, 23, 41]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [5, 11, 23, 41, 47]$

$n = 96 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 85, 89, 91, 95]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [13, 17, 23, 29, 37, 43]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [7, 13, 17, 23, 29, 37, 43]$

$n = 98 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 93, 95, 97]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in L2 \rightarrow$
 $L3 = [1, 19, 31, 37]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [19, 31, 37]$

$n = 100 \rightarrow$
 Nombres $< n$ et premiers à $n \rightarrow$
 $L1 = [1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 47, 49, 51, 53, 57, 59, 61, 63, 67, 69, 71, 73, 77, 79, 81, 83, 87, 89, 91, 93, 97, 99]$
 $Prodprem = \text{produit des nombres premiers } \leq \sqrt{n} \rightarrow 210$
 Nombres $< Prodprem$ et premiers à $Prodprem \rightarrow$
 $L2 = [1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 209]$
 Nombres $\in \cap(L1, L2)$ dont le compl. à $n \in \cap L2 \rightarrow$
 $L3 = [11, 17, 29, 41, 47]$
 Liste des décomposants de Goldbach de $n \rightarrow [3, 11, 17, 29, 41, 47]$

Tout x qui est une unité à n (un nombre premier à n) vérifie l'équation modulaire

$$x^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$$

On vérifie par exemple, puisque $\varphi(98) = 42$ et $\varphi(210) = 48$, que 19, décomposant de Goldbach de

98, vérifie le système de trois équations modulaires :

$$\begin{cases} 19^{42} \equiv 1 \pmod{98} \\ 19^{48} \equiv 1 \pmod{210} \\ 79^{48} \equiv 1 \pmod{210} \end{cases}$$

tandis que 17 n'est pas un décomposant de Goldbach de 98 parce que $98 - 17 = 81$ et $81^{48} \not\equiv 1 \pmod{210}$.

Un décomposant de Goldbach x du nombre pair n doit donc rendre vraies les 3 équations modulaires suivantes

$$\begin{cases} x^{\varphi(n)} & \equiv 1 \pmod{n} \\ x^{\varphi(Prodprem)} & \equiv 1 \pmod{Prodprem} \\ (n - x)^{\varphi(Prodprem)} & \equiv 1 \pmod{Prodprem} \end{cases}$$

avec

$$\varphi(Prodprem) = \prod_{\substack{p \text{ premier} \\ 3 \leq p \leq \sqrt{n}}} (p - 1)$$

et

$$(n - x)^{\varphi(Prodprem)} = \sum_{k=0}^{\varphi(Prodprem)} \binom{\varphi(Prodprem)}{k} n^{\varphi(Prodprem)-k} (-x)^k$$

La notation $\binom{\varphi(Prodprem)}{k}$ représente le coefficient binomial qui intervient dans le calcul du développement de la puissance de $(n - x)$.

Il faudrait comprendre pourquoi un tel système de trois équations modulaires a toujours une solution comprise entre 3 et $n/2$.

On modifie le programme en conséquence.

```
import math

def prime(atester):
    pastrouve = True ; k = 2 ;
    if (atester in [0,1]): return False ;
    if (atester in [2,3,5,7]): return True ;
    while (pastrouve):
        if ((k * k) > atester): return True
        else:
            if ((atester % k) == 0): return False
            else: k=k+1

def pgcd(m, n):
    while (m != 0):
        r = n % m
        n = m
        m = r
    return(n)
```



```

def indic(n):
    phi = 0
    for k in range(n):
        if pgcd(n,k) == 1:
            phi = phi+1
    print(' ',n, 'indic ', phi)
    return phi
def premiersa(n):
    liste = []
    for k in range(n+1):
        if pgcd(n,k) == 1:
            liste.append(k)
    return liste

def puissance(x, k, n):
    expo = 1
    puiss = 1
    while expo != k:
        puiss = (puiss*x)%n
        expo = expo+1
    print(x, '**', k, '=', puiss, '(mod ',n,')')
    return puiss

for n in range(6,102,2):
    print('=', n, ' -> ')
    moitie = int(n/2)
    rac = int(math.sqrt(n))
    prodprem = 1
    for x in range(rac+1):
        if prime(x):
            prodprem = prodprem * x
    varphi1 = indic(n)
    varphi2 = indic(prodprem)
    listexverifiantlestroisegalites = []
    for x in range(moitie):
        if puissance(x,varphi1,n) == 1 and puissance(x,varphi2,prodprem) ==
1 and puissance(n-x,varphi2,prodprem) == 1:
            print(' ',x, 'verifie les 3 egalites.')
            listexverifiantlestroisegalites.append(x)
    print(' ',listexverifiantlestroisegalites)
    nbsol = 0
    listedg = []
    for x in range(3,moitie+1,2):
        if prime(x) and prime(n-x):
            nbsol += 1
            listedg.append(x)
    print(' Liste des decomposants de Goldbach de ',n,' —> ', listedg)
    print(' card = ', nbsol)

```

Voici le résultat du second programme.

```
n = 6 ->
    6 indic 2
    2 indic 1
    1 verifie les 3 egalites.
    [1]
    Liste des decomposants de Goldbach de 6 —> [3]
    card = 1

n = 8 ->
    8 indic 4
    2 indic 1
    1 verifie les 3 egalites.
    3 verifie les 3 egalites.
    [1, 3]
    Liste des decomposants de Goldbach de 8 —> [3]
    card = 1

n = 10 ->
    10 indic 4
    6 indic 2
    []
    Liste des decomposants de Goldbach de 10 —> [3, 5]
    card = 2

n = 12 ->
    12 indic 4
    6 indic 2
    1 verifie les 3 egalites.
    5 verifie les 3 egalites.
    [1, 5]
    Liste des decomposants de Goldbach de 12 —> [5]
    card = 1

n = 14 ->
    14 indic 6
    6 indic 2
    1 verifie les 3 egalites.
    [1]
    Liste des decomposants de Goldbach de 14 —> [3, 7]
    card = 2
```

$n = 16 \rightarrow$
 16 indic 8
 6 indic 2
 5 verifie les 3 egalites.
 [5]
 Liste des decomposants de Goldbach de 16 $\rightarrow [3, 5]$
 card = 2

$n = 18 \rightarrow$
 18 indic 6
 6 indic 2
 1 verifie les 3 egalites.
 5 verifie les 3 egalites.
 7 verifie les 3 egalites.
 [1, 5, 7]
 Liste des decomposants de Goldbach de 18 $\rightarrow [5, 7]$
 card = 2

$n = 20 \rightarrow$
 20 indic 8
 6 indic 2
 1 verifie les 3 egalites.
 7 verifie les 3 egalites.
 [1, 7]
 Liste des decomposants de Goldbach de 20 $\rightarrow [3, 7]$
 card = 2

$n = 22 \rightarrow$
 22 indic 10
 6 indic 2
 5 verifie les 3 egalites.
 [5]
 Liste des decomposants de Goldbach de 22 $\rightarrow [3, 5, 11]$
 card = 3

$n = 24 \rightarrow$
 24 indic 8
 6 indic 2
 1 verifie les 3 egalites.
 5 verifie les 3 egalites.
 7 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 [1, 5, 7, 11]
 Liste des decomposants de Goldbach de 24 $\rightarrow [5, 7, 11]$
 card = 3

$n = 26 \rightarrow$
 26 indic 12
 30 indic 8
 7 verifie les 3 egalites.
 [7]
 Liste des decomposants de Goldbach de 26 $\rightarrow [3, 7, 13]$
 card = 3

$n = 28 \rightarrow$
 28 indic 12
 30 indic 8
 11 verifie les 3 egalites.
 [11]
 Liste des decomposants de Goldbach de 28 $\rightarrow [5, 11]$
 card = 2

$n = 30 \rightarrow$
 30 indic 8
 30 indic 8
 1 verifie les 3 egalites.
 7 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 [1, 7, 11, 13]
 Liste des decomposants de Goldbach de 30 $\rightarrow [7, 11, 13]$
 card = 3

$n = 32 \rightarrow$
 32 indic 16
 30 indic 8
 1 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 [1, 13]
 Liste des decomposants de Goldbach de 32 $\rightarrow [3, 13]$
 card = 2

$n = 34 \rightarrow$
 34 indic 16
 30 indic 8
 11 verifie les 3 egalites.
 [11]
 Liste des decomposants de Goldbach de 34 $\rightarrow [3, 5, 11, 17]$
 card = 4

n = 36 ->

36 indic 12

30 indic 8

7 verifie les 3 egalites.

13 verifie les 3 egalites.

17 verifie les 3 egalites.

[7, 13, 17]

Liste des decomposants de Goldbach de 36 —> [5, 7, 13, 17]

card = 4

n = 38 ->

38 indic 18

30 indic 8

1 verifie les 3 egalites.

7 verifie les 3 egalites.

[1, 7]

Liste des decomposants de Goldbach de 38 —> [7, 19]

card = 2

n = 40 ->

40 indic 16

30 indic 8

11 verifie les 3 egalites.

17 verifie les 3 egalites.

[11, 17]

Liste des decomposants de Goldbach de 40 —> [3, 11, 17]

card = 3

n = 42 ->

42 indic 12

30 indic 8

1 verifie les 3 egalites.

11 verifie les 3 egalites.

13 verifie les 3 egalites.

19 verifie les 3 egalites.

[1, 11, 13, 19]

Liste des decomposants de Goldbach de 42 —> [5, 11, 13, 19]

card = 4

n = 44 ->

44 indic 20

30 indic 8

1 verifie les 3 egalites.

7 verifie les 3 egalites.

13 verifie les 3 egalites.

[1, 7, 13]

Liste des decomposants de Goldbach de 44 —> [3, 7, 13]

card = 3

$n = 46 \rightarrow$
 46 indic 22
 30 indic 8
 17 verifie les 3 egalites.
 [17]
 Liste des decomposants de Goldbach de 46 $\rightarrow [3, 5, 17, 23]$
 card = 4

$n = 48 \rightarrow$
 48 indic 16
 30 indic 8
 1 verifie les 3 egalites.
 7 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 [1, 7, 11, 17, 19]
 Liste des decomposants de Goldbach de 48 $\rightarrow [5, 7, 11, 17, 19]$
 card = 5

$n = 50 \rightarrow$
 50 indic 20
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 [13, 19]
 Liste des decomposants de Goldbach de 50 $\rightarrow [3, 7, 13, 19]$
 card = 4

$n = 52 \rightarrow$
 52 indic 24
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 [11, 23]
 Liste des decomposants de Goldbach de 52 $\rightarrow [5, 11, 23]$
 card = 3

$n = 54 \rightarrow$
 54 indic 18
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 [1, 11, 13, 17, 23]
 Liste des decomposants de Goldbach de 54 $\rightarrow$ [7, 11, 13, 17, 23]
 card = 5

$n = 56 \rightarrow$
 56 indic 24
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 [13, 19]
 Liste des decomposants de Goldbach de 56 $\rightarrow$ [3, 13, 19]
 card = 3

$n = 58 \rightarrow$
 58 indic 28
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 [11, 17]
 Liste des decomposants de Goldbach de 58 $\rightarrow$ [5, 11, 17, 29]
 card = 4

$n = 60 \rightarrow$
 60 indic 16
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 [1, 13, 17, 19, 23, 29]
 Liste des decomposants de Goldbach de 60 $\rightarrow$ [7, 13, 17, 19, 23, 29]
 card = 6

$n = 62 \rightarrow$
 62 indic 30
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 [1, 19]
 Liste des decomposants de Goldbach de 62 $\rightarrow$ [3, 19, 31]
 card = 3

$n = 64 \rightarrow$
 64 indic 32
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 [11, 17, 23]
 Liste des decomposants de Goldbach de 64 $\rightarrow$ [3, 5, 11, 17, 23]
 card = 5

$n = 66 \rightarrow$
 66 indic 20
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 [13, 19, 23, 29]
 Liste des decomposants de Goldbach de 66 $\rightarrow$ [5, 7, 13, 19, 23, 29]
 card = 6

$n = 68 \rightarrow$
 68 indic 32
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 [1, 31]
 Liste des decomposants de Goldbach de 68 $\rightarrow$ [7, 31]
 card = 2

$n = 70 \rightarrow$
 70 indic 24
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 [11, 17, 23, 29]
 Liste des decomposants de Goldbach de 70 $\rightarrow$ [3, 11, 17, 23, 29]
 card = 5

$n = 72 \rightarrow$
 72 indic 24
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 [1, 11, 13, 19, 29, 31]
 Liste des decomposants de Goldbach de 72 $\rightarrow$ [5, 11, 13, 19, 29, 31]
 card = 6

$n = 74 \rightarrow$
 74 indic 36
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 13 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 [1, 13, 31]
 Liste des decomposants de Goldbach de 74 $\rightarrow$ [3, 7, 13, 31, 37]
 card = 5

$n = 76 \rightarrow$
 76 indic 36
 210 indic 48
 17 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 [17, 23, 29]
 Liste des decomposants de Goldbach de 76 $\rightarrow$ [3, 5, 17, 23, 29]
 card = 5

n = 78 ->

78 indic 24

210 indic 48

11 verifie les 3 egalites.

17 verifie les 3 egalites.

19 verifie les 3 egalites.

31 verifie les 3 egalites.

37 verifie les 3 egalites.

[11, 17, 19, 31, 37]

Liste des decomposants de Goldbach de 78 —> [5, 7, 11, 17, 19, 31, 37]

card = 7

n = 80 ->

80 indic 32

210 indic 48

1 verifie les 3 egalites.

13 verifie les 3 egalites.

19 verifie les 3 egalites.

37 verifie les 3 egalites.

[1, 13, 19, 37]

Liste des decomposants de Goldbach de 80 —> [7, 13, 19, 37]

card = 4

n = 82 ->

82 indic 40

210 indic 48

11 verifie les 3 egalites.

23 verifie les 3 egalites.

29 verifie les 3 egalites.

[11, 23, 29]

Liste des decomposants de Goldbach de 82 —> [3, 11, 23, 29, 41]

card = 5

n = 84 ->

84 indic 24

210 indic 48

1 verifie les 3 egalites.

11 verifie les 3 egalites.

13 verifie les 3 egalites.

17 verifie les 3 egalites.

23 verifie les 3 egalites.

31 verifie les 3 egalites.

37 verifie les 3 egalites.

41 verifie les 3 egalites.

[1, 11, 13, 17, 23, 31, 37, 41]

Liste des decomposants de Goldbach de 84 —> [5, 11, 13, 17, 23, 31, 37, 41]

card = 8

$n = 86 \rightarrow$
 86 indic 42
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 [13, 19]
 Liste des decomposants de Goldbach de 86 $\rightarrow$ [3, 7, 13, 19, 43]
 card = 5

$n = 88 \rightarrow$
 88 indic 40
 210 indic 48
 17 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 41 verifie les 3 egalites.
 [17, 29, 41]
 Liste des decomposants de Goldbach de 88 $\rightarrow$ [5, 17, 29, 41]
 card = 4

$n = 90 \rightarrow$
 90 indic 24
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 37 verifie les 3 egalites.
 43 verifie les 3 egalites.
 [1, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43]
 Liste des decomposants de Goldbach de 90 $\rightarrow$ [7, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43]
 card = 9

$n = 92 \rightarrow$
 92 indic 44
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 [13, 19, 31]
 Liste des decomposants de Goldbach de 92 $\rightarrow$ [3, 13, 19, 31]
 card = 4

$n = 94 \rightarrow$
 94 indic 46
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 41 verifie les 3 egalites.
 [11, 23, 41]
 Liste des decomposants de Goldbach de 94 $\rightarrow$ [5, 11, 23, 41, 47]
 card = 5

$n = 96 \rightarrow$
 96 indic 32
 210 indic 48
 13 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 23 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 37 verifie les 3 egalites.
 43 verifie les 3 egalites.
 [13, 17, 23, 29, 37, 43]
 Liste des decomposants de Goldbach de 96 $\rightarrow$ [7, 13, 17, 23, 29, 37, 43]
 card = 7

$n = 98 \rightarrow$
 98 indic 42
 210 indic 48
 1 verifie les 3 egalites.
 19 verifie les 3 egalites.
 31 verifie les 3 egalites.
 37 verifie les 3 egalites.
 [1, 19, 31, 37]
 Liste des decomposants de Goldbach de 98 $\rightarrow$ [19, 31, 37]
 card = 3

$n = 100 \rightarrow$
 100 indic 40
 210 indic 48
 11 verifie les 3 egalites.
 17 verifie les 3 egalites.
 29 verifie les 3 egalites.
 41 verifie les 3 egalites.
 47 verifie les 3 egalites.
 [11, 17, 29, 41, 47]
 Liste des decomposants de Goldbach de 100 $\rightarrow$ [3, 11, 17, 29, 41, 47]
 card = 6