

Résultats trouvés sur les différents groupes avec l'outil GAP

D. Vella

Octobre 2006

1 Les groupes cycliques

- 8
groupe C2
nombre de décompositions Goldbach : 1
Sur les éléments : 1, 3.
générateur du groupe : 3.
Décomposant Goldbach de 8 : 3.
- 12
groupe C2
nombre de décompositions Goldbach : 1
sur les éléments : 1, 5.
générateur du groupe : 5.
Décomposant Goldbach de 12 : 5.
- 16
groupe C4
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 3, 5, 7.
générateurs du groupe : 3, 5.
Décomposants Goldbach de 16 : 3, 5.
- 18
groupe C3
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 5, 7.
générateurs du groupe : 5, 7.
Décomposants Goldbach de 18 : 5, 7.
- 20
groupe C4
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 3, 7, 9.
générateurs du groupe : 3, 7.
Décomposants Goldbach de 20 : 3, 7.

- 28
Groupe C6
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 3, 5, 9, 11, 13.
générateurs du groupe : 5, 11.
Décomposants Goldbach de 28 : 5, 11.
- 30
Groupe C4
nombre de décompositions Goldbach : 3
sur les éléments : 1, 7, 11, 13.
générateurs du groupe : 7, 13.
Décomposants Goldbach de 30 : 7, 11, 13.
- 32
Groupe C8
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
générateurs du groupe : 3, 5, 11, 13.
Décomposants Goldbach de 32 : 3, 13.

Complémentaire : C4xC2

- 36
Groupe C6
nombre de décompositions Goldbach : 4
sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 13, 17.
générateurs du groupe : 5, 7.
Décomposants Goldbach de 36 : 5, 7, 13, 17.
- 42
Groupe C6
nombre de décompositions Goldbach : 4
sur les éléments : 1, 5, 11, 13, 17, 19.
générateurs du groupe : 11, 19.
Décomposants Goldbach de 42 : 5, 11, 13, 19.
- 44
Groupe C10
nombre de décompositions Goldbach : 3
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21.
générateurs du groupe : 3, 13, 15, 17.
Décomposants Goldbach de 44 : 3, 7, 13.
- 50
Groupe C10
nombre de décompositions Goldbach : 4
sur les éléments : 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23.
générateurs du groupe : 3, 13, 17, 23.
Décomposants Goldbach de 50 : 3, 7, 13, 19.

- 52
Groupe C12
nombre de décompositions Goldbach : 3
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25.
générateurs du groupe : 7, 11, 15, 19.
Décomposants Goldbach de 52 : 5, 11, 23.

- 54
Groupe C9
nombre de décompositions Goldbach : 5
sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25.
générateurs du groupe : 5, 7, 11, 13, 23, 25.
Décomposants Goldbach de 54 : 7, 11, 13, 17, 23.

Complémentaire : C9

- 64
Groupe C16
nombre de décompositions Goldbach : 5
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31.
générateurs du groupe : 3, 5, 11, 13, 19, 21, 27, 29.
Décomposants Goldbach de 64 : 3, 5, 11, 17, 23.

- 66
Groupe C10
nombre de décompositions Goldbach : 6
sur les éléments : 1, 5, 7, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31.
générateurs du groupe : 5, 7, 13, 19.
Décomposants Goldbach de 66 : 5, 7, 13, 19, 23, 29.

- 68
Groupe C16
nombre de décompositions Goldbach : 2
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33.
générateurs du groupe : 3, 5, 7, 11, 23, 27, 29, 31.
Décomposants Goldbach de 68 : 7, 31.

- 70
Groupe C12
nombre de décompositions Goldbach : 5
sur les éléments : 1, 3, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 27, 29, 31, 33.
générateurs du groupe : 3, 17, 23, 33.
Décomposants Goldbach de 68 : 3, 11, 17, 23, 29.

- 76
Groupe C18
nombre de décompositions Goldbach : 5
sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37.
générateurs du groupe : 13, 23, 25, 29, 33, 35.
Décomposants Goldbach de 68 : 3, 5, 17, 23, 29.

- 78
 Groupe C12
 nombre de décompositions Goldbach : 7
 sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37.
 générateurs du groupe : 7, 11, 19, 37.
 Décomposants Goldbach de 68 : 5, 7, 11, 17, 19, 31, 37.
- 90
 Groupe C12
 nombre de décompositions Goldbach : 9
 sur les éléments : 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43.
 générateurs du groupe : 7, 13, 23, 43.
 Décomposants Goldbach de 68 : 7, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43.
- 92
 Groupe C22
 nombre de décompositions Goldbach : 4
 sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45.
 générateurs du groupe : 3, 5, 17, 21, 27, 31, 33, 35, 37, 39.
 Décomposants Goldbach de 68 : 3, 13, 19, 31.
- 98
 Groupe C21
 nombre de décompositions Goldbach : 3
 sur les éléments : 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 45, 47.
 générateurs du groupe : 3, 5, 9, 11, 17, 23, 25, 33, 37, 39, 45, 47.
 Décomposants Goldbach de 68 : 19, 31, 37

2 Groupes non cycliques

- 24

```
gr24 := Group([((),
(1,2)(3,4),
(1,3)(2,4),
(1,4)(2,3)]);
```

Groupe $C2 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 3

sur les éléments : 1, 5, 7, 11.

générateurs du groupe : ???

Décomposants Goldbach de 24 : 5, 7, 11.

- 40

```
gr40 := Group([((),
(1,2,4,6)(3,5,7,8),
(1,3,4,7)(2,8,6,5),
(1,4)(2,6)(3,7)(5,8),
(1,5)(2,3)(4,8)(6,7),
(1,6,4,2)(3,5,7,8) *****,
(1,7,4,3)(2,5,6,8) *****,
(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)]);
```

Groupe $C4 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 3

sur les éléments : 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19.

générateurs du groupe : ???

Décomposants Goldbach de 40 : 3, 11, 17.

- 48

```
gr48 := Group([((),
(1,2,8,7)(3,5,6,4),
(1,3)(2,5)(4,7)(6,8),
(1,4,8,5)(2,3,7,6),
(1,5,8,4)(2,6,7,3) *****,
(1,6)(2,4)(3,8)(5,7),
(1,7,8,2)(3,4,6,5) *****,
(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)]);
```

Groupe $C4 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 5

sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 48 : 5, 7, 11, 17, 19

- 56

```
gr56 := Group([(
(1,2,4,12,11,9)(3,7,5,10,6,8),
(1,3,11,6,4,5)(2,7,9,8,12,10),
(1,4,11)(2,12,9)(3,5,6)(7,10,8),
(1,5,4,6,11,3)(2,10,12,8,9,7) *****,
(1,6)(2,8)(3,4)(5,11)(7,12)(9,10),
(1,7)(2,5)(3,9)(4,10)(6,12)(8,11),
(1,8,4,7,11,10)(2,3,12,5,9,6),
(1,9,11,12,4,2)(3,8,6,10,5,7),
(1,10,11,7,4,8)(2,6,9,5,12,3) *****,
(1,11,4)(2,9,12)(3,6,5)(7,8,10) *****,
(1,12)(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)]);
```

Groupe $C6 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 3

sur les éléments : 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 56 : 3, 13, 19

- 60

```
gr60 := Group([(
(1,2,3,5)(4,8,7,6),
(1,3)(2,5)(4,7)(6,8),
(1,4,3,7)(2,8,5,6),
(1,5,3,2)(4,6,7,8) *****,
(1,6)(2,4)(3,8)(5,7),
(1,7,3,4)(2,6,5,8) *****,
(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)]);
```

Groupe $C4 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 6

sur les éléments : 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 60 : 7, 13, 17, 19, 23, 29

- 72

```
gr72 := Group([(
(1,2,9,7,8,10)(3,12,11,4,6,5),
(1,3,8,6,9,11)(2,12,10,5,7,4),
(1,4,8,12,9,5)(2,6,10,11,7,3),
(1,5,9,12,8,4)(2,3,7,11,10,6) *****,
(1,6)(2,5)(3,9)(4,10)(7,12)(8,11),
(1,7)(2,8)(3,4)(5,11)(6,12)(9,10),
(1,8,9)(2,10,7)(3,6,11)(4,5,12),
(1,8,9)(2,7,10)(3,11,6)(4,5,12) *****,
(1,10,8,7,9,2)(3,5,6,4,11,12) *****,
(1,11,9,6,8,3)(2,4,7,5,10,12) *****,
(1,12)(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)]);
```

Groupe $C6 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 6

sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 72 : 5, 11, 13, 19, 29, 31.

• 80

```
gr80 := Group([(
(1,2,4,11)(3,9,7,12)(5,14,8,10)(6,16,15,13),
(1,3,13,10)(2,9,6,5)(4,7,16,14)(8,11,12,15),
(1,4)(2,11)(3,7)(5,8)(6,15)(9,12)(10,14)(13,16),
(1,5,16,12)(2,14,15,3)(4,8,13,9)(6,7,11,10),
(1,6,4,15)(2,16,11,13)(3,5,7,8)(9,14,12,10),
(1,7,13,14)(2,12,6,8)(3,16,10,4)(5,11,9,15),
(1,8,16,10)(2,10,15,7)(3,11,14,6)(4,5,13,12),
(1,9,16,8)(2,7,15,10)(3,6,14,11)(4,12,13,5),
(1,10,13,3)(2,5,6,9)(4,14,16,7)(8,15,12,11) *****,
(1,11,4,2)(3,12,7,9)(5,8,10,14)(6,13,15,16) *****,
(1,12,16,5)(2,3,15,14)(4,9,13,8)(6,10,11,7) *****,
(1,13)(2,6)(3,10)(4,16)(5,9)(7,14)(8,12)(11,15),
(1,14,13,7)(2,8,6,12)(3,4,10,16)(5,15,9,11) *****,
(1,15,4,6)(2,13,11,16)(3,8,7,5)(9,10,12,14) *****,
(1,16)(2,15)(3,14)(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)]);
```

Groupe $C4 \times C4$

nombre de décompositions Goldbach : 4

sur les éléments : 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 80 : 7, 13, 19, 37.

• 84

```
gr84 := Group([( (1,2,8,12,11,5)(3,9,7,10,4,6),
(1,3,11,4,8,7)(2,9,5,6,12,10),
(1,4)(2,6)(3,8)(5,10)(7,11)(9,12),
(1,5,11,12,8,2)(3,6,4,10,7,9) *****,
(1,6,8,9,11,10)(2,3,12,7,5,4),
(1,7,8,4,11,3)(2,10,12,6,5,9) *****,
(1,8,11)(2,12,5)(3,7,4)(6,9,10),
(1,9)(2,7)(3,5)(4,12)(6,11)(8,10),
(1,10,11,9,8,6)(2,4,5,7,12,3) *****,
(1,11,8)(2,5,12)(3,4,7)(6,10,9) *****,
(1,12)(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)]);
```

Groupe $C6 \times C2$

nombre de décompositions Goldbach : 8

sur les éléments : 1, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 37, 41.

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 84 : 5, 11, 13, 17, 23, 31, 37, 41.

- 88

```

gr88 := Group([(
(1,2,5,13,4,10,12,6,18,14)(3,7,20,19,16,8,17,11,9,15),
(1,3,12,17,5,20,18,9,4,16)(2,7,6,11,13,19,14,15,10,8),
(1,4,18,5,12)(2,10,14,13,6)(3,16,9,20,17)(7,8,15,19,11),
(1,5,4,12,18)(2,13,10,6,14)(3,20,16,17,9)(7,19,8,11,15) *****,
(1,6,4,2,18,10,5,14,12,13)(3,11,16,7,9,8,20,15,17,19) *****,
(1,7,18,15,12,11,4,8,5,19)(2,20,14,3,6,9,10,17,13,16),
(1,8,12,7,5,11,18,19,4,15)(2,17,6,20,13,9,14,16,10,3) *****,
(1,9,5,3,4,20,12,16,18,17)(2,15,13,7,10,19,6,8,14,11) *****,
(1,10)(2,12)(3,8)(4,14)(5,6)(7,17)(9,19)(11,20)(13,18)(15,16),
(1,11)(2,9)(3,13)(4,7)(5,15)(6,16)(8,18)(10,20)(12,19)(14,17),
(1,12,5,18,4)(2,6,13,14,10)(3,17,20,9,16)(7,11,19,15,8),
(1,13,12,14,5,10,18,2,4,6)(3,19,17,15,20,8,9,7,16,11) *****,
(1,14,18,6,12,10,4,13,5,2)(3,15,9,11,17,8,16,19,20,7,3) *****,
(1,15,4,19,18,11,5,7,12,8)(2,3,10,16,14,9,13,20,6,17) *****,
(1,16,4,9,18,20,5,17,12,3)(2,8,10,15,14,19,13,11,6,7) *****,
(1,17,18,16,12,20,4,3,5,9)(2,11,14,8,6,19,10,7,13,15) *****,
(1,18,12,4,5)(2,14,6,10,13)(3,9,17,16,20)(7,15,11,8,19),
(1,19,5,8,4,11,12,15,18,7)(2,16,13,17,10,9,6,3,14,20),
(1,20)(2,19)(3,18)(4,17)(5,16)(6,15)(7,14)(8,13)(9,12)(10,11)]);

```

Groupe C10xC2

nombre de décompositions Goldbach : 4

sur les éléments : 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43

générateurs du groupe :

Décomposants Goldbach de 88 : 5, 17, 29, 41.

- 96

```

gr96 := Group([(
(1,2,9,10,16,15,8,7)(3,12,6,4,14,5,11,13),
(1,3,16,14)(2,12,15,5)(4,7,13,10)(6,8,11,9),
(1,4,9,5,16,13,8,12)(2,14,10,11,15,3,7,6),
(1,5,8,4,16,12,9,13)(2,11,7,14,15,6,10,3) *****,
(1,6)(2,4)(3,8)(5,10)(7,12)(9,14)(11,16)(13,15),
(1,7,8,15,16,10,9,2)(3,13,11,5,14,4,6,12) *****,
(1,8,16,9)(2,7,15,10)(3,11,14,6)(4,12,13,5),
(1,9,16,8)(2,10,15,7)(3,6,14,11)(4,5,13,12) *****,
(1,10,8,2,16,7,9,15)(3,4,11,12,14,13,6,5) *****,
(1,11)(2,13)(3,9)(4,15)(5,7)(6,16)(8,14)(10,12),
(1,12,8,13,16,5,9,4)(2,6,7,3,15,11,10,14) *****,
(1,13,9,12,16,4,8,5)(2,3,10,6,15,14,7,11) *****,
(1,14,16,3)(2,5,15,12)(4,10,13,7)(6,9,11,8) *****,
(1,15,9,7,16,2,8,10)(3,5,6,13,14,12,11,4) *****,
(1,16)(2,15)(3,14)(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)]);

```

Groupe C8xC2

nombre de décompositions Goldbach : 7

sur les éléments : 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47.

générateurs du groupe :
Décomposants Goldbach de 96 : 7, 13, 17, 23, 29, 37, 43.

3 Conclusion

Sur les 47 nombres pairs de 6 à 100, il y a 14 doubles de nombres premiers, 23 nombres auxquels ont été associés des groupes cycliques et 10 auxquels ont été associés des groupes non cycliques. Les nombres auxquels sont associés des groupes cycliques sont systématiquement de trois formes : soit ce sont des puissances de 2, soit ce sont des nombres de la forme $4n + 2$, soit ce sont des nombres de la forme $4p$ avec p premier. Enfin, on remarque que pour les nombres auxquels on associe des groupes cycliques, l'intersection entre l'ensemble des générateurs du groupe et l'ensemble des nombres premiers permettant de fournir des décompositions Goldbach du nombre pair considéré est systématiquement non vide.