

- ▶ Voici une dernière façon de considérer le problème de la conjecture de Goldbach.
- ▶ On cherche les décomposants de $2a$, un nombre pair.
- ▶ On va associer à $2a$ un ensemble de nombres E_{2a} initialement vide.
- ▶ On calcule m , le nombre de nombres impairs supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs ou égaux à a . $m = \lfloor \frac{a-1}{2} \rfloor$.
- ▶ Pour i allant de 1 à m , on calcule les restes modulaires de $2a$ pour les modules de la forme $8i + 4$ (ou leur complémentaire à $8i + 4$ si $2a < 8i + 4$; nb : $i > 0$)
- ▶ Si $2a \equiv 0 \pmod{8i + 4}$, on ajoute le singleton $\{i + 1\}$ à l'ensemble E_{2a} ;
- ▶ sinon si $2a \equiv 4i + 2 \pmod{8i + 4}$, on ajoute le singleton $\{1\}$ à l'ensemble E_{2a} ;
- ▶ sinon pour j allant de 0 à $4i + 2$ de 2 en 2,
 - ▶ on ajoute à l'ensemble E_{2a} le singleton $\{i - \frac{j}{4} + 1\}$
 - ▶ si a est pair, on ajoute à l'ensemble E_{2a} le singleton $\{i + \frac{j}{4} + 1\}$ si son élément est inférieur ou égal à m ;
 - ▶ sinon (a est impair), on ajoute à l'ensemble E_{2a} le singleton $\{i + \frac{j}{4} + 2\}$ si son élément est inférieur ou égal à m ;
- ▶ lorsque i est inférieur strictement à m , on ajoute également à l'ensemble de nombres toutes les sommes inférieures à m des nombres déjà ajoutés et d'un multiple de i (c'est la "complétion des mots").
- ▶ L'ensemble E_{2a} contient une seule occurrence de certains nombres, et plusieurs occurrences d'autres nombres.
- ▶ A chaque nombre n'apparaissant qu'en une seule occurrence peut être associé un décomposant de Goldbach de $2a$.

- ▶ Traitement du cas $2a = 28$:
- ▶ Calcul des restes modulaires ou de leur complémentaire :
 $28 \equiv 4 \pmod{12}$, $28 \equiv 8 \pmod{20}$, $28 \equiv 0 \pmod{28}$, $28 \equiv 8 \pmod{36}$, $28 \equiv 16 \pmod{44}$, $28 \equiv 24 \pmod{52}$.
- ▶ Ajout des nombres à l'ensemble E_{28} :
- ▶ *remarque : la division est une division entière (on prend la partie entière du résultat).*
- ▶ $1 - \frac{4}{4} + 1 = 1$, $1 + \frac{4}{4} + 1 = 3$, ajoutons 1 et 3 à l'ensemble,
- ▶ $2 - \frac{8}{4} + 1 = 1$, $2 + \frac{8}{4} + 1 = 5$, ajoutons 1 et 5 à l'ensemble,
- ▶ $i = 3$, $28 \equiv 0 \pmod{28}$, ajoutons 4 à l'ensemble,
- ▶ $4 - \frac{8}{4} + 1 = 3$, $4 + \frac{8}{4} + 1 = 7$, ajoutons 3 à l'ensemble (7 est strictement supérieur à 6),
- ▶ $5 - \frac{16}{4} + 1 = 2$, $5 + \frac{16}{4} + 1 = 10$, ajoutons 2 à l'ensemble (10 est strictement supérieur à 6),
- ▶ $6 - \frac{24}{4} + 1 = 1$, $6 + \frac{24}{4} + 1 = 13$, ajoutons 1 à l'ensemble (13 est strictement supérieur à 6),
- ▶ Complétion des lignes quand les mots sont trop courts
- ▶ $1 + 3 = 4$, $3 + 3 = 6$, ajoutons 4 et 6 à l'ensemble,
- ▶ $1 + 5 = 6$, ajoutons 6 à l'ensemble.
- ▶ L'ensemble associé à 28, E_{28} , est, après exécution de l'algorithme, égal à $\{1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6\}$.
- ▶ Seuls 2 et 5 apparaissent sous forme d'une occurrence unique dans cet ensemble. A 2 correspond le décomposant de Goldbach 11 et à 5 correspond le décomposant de Goldbach 5 pour le nombre pair 28.

- ▶ Je ne sais pas démontrer pourquoi il est obligatoire que l'un des nombres de l'ensemble apparaisse sous une unique occurrence...