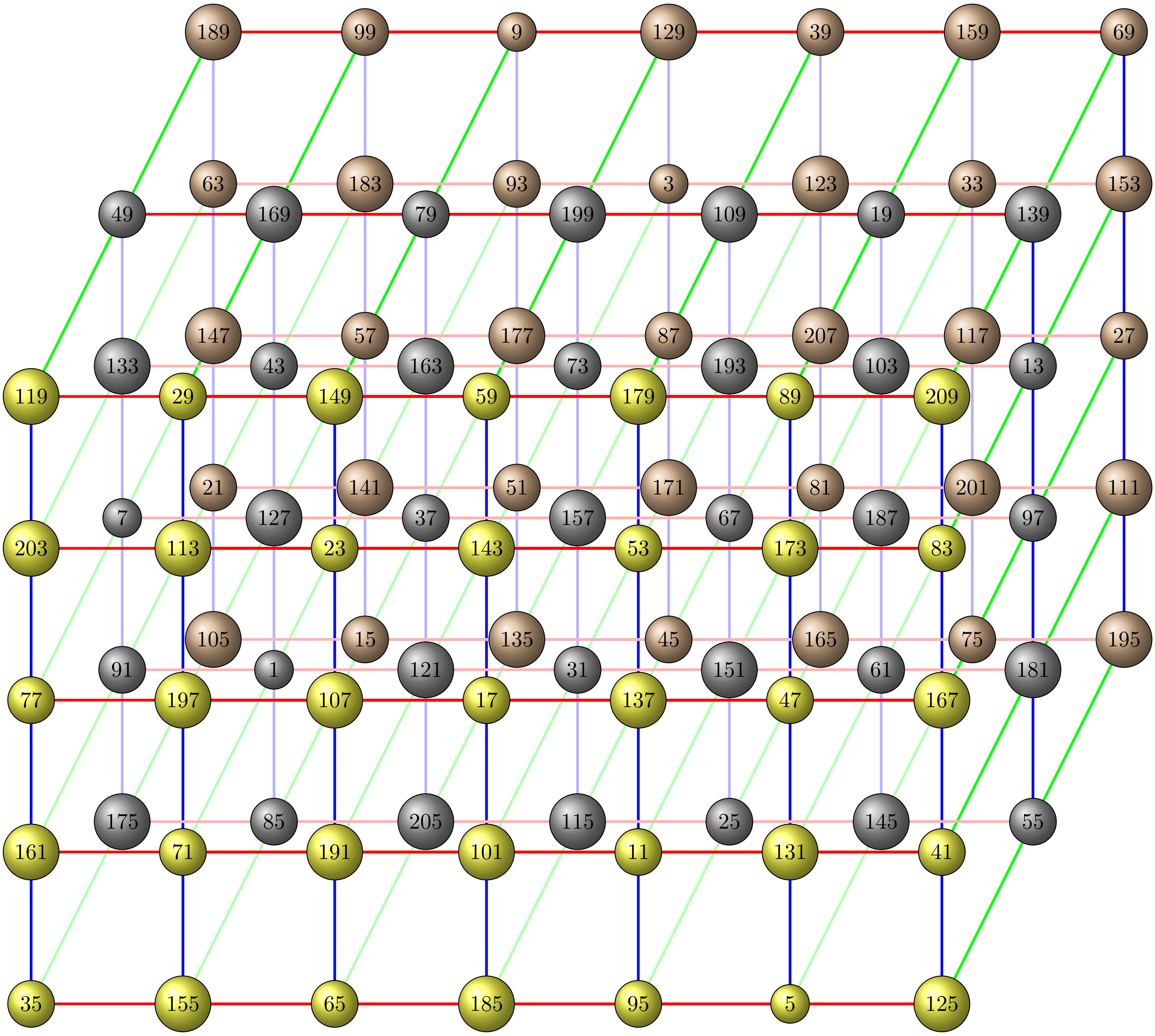
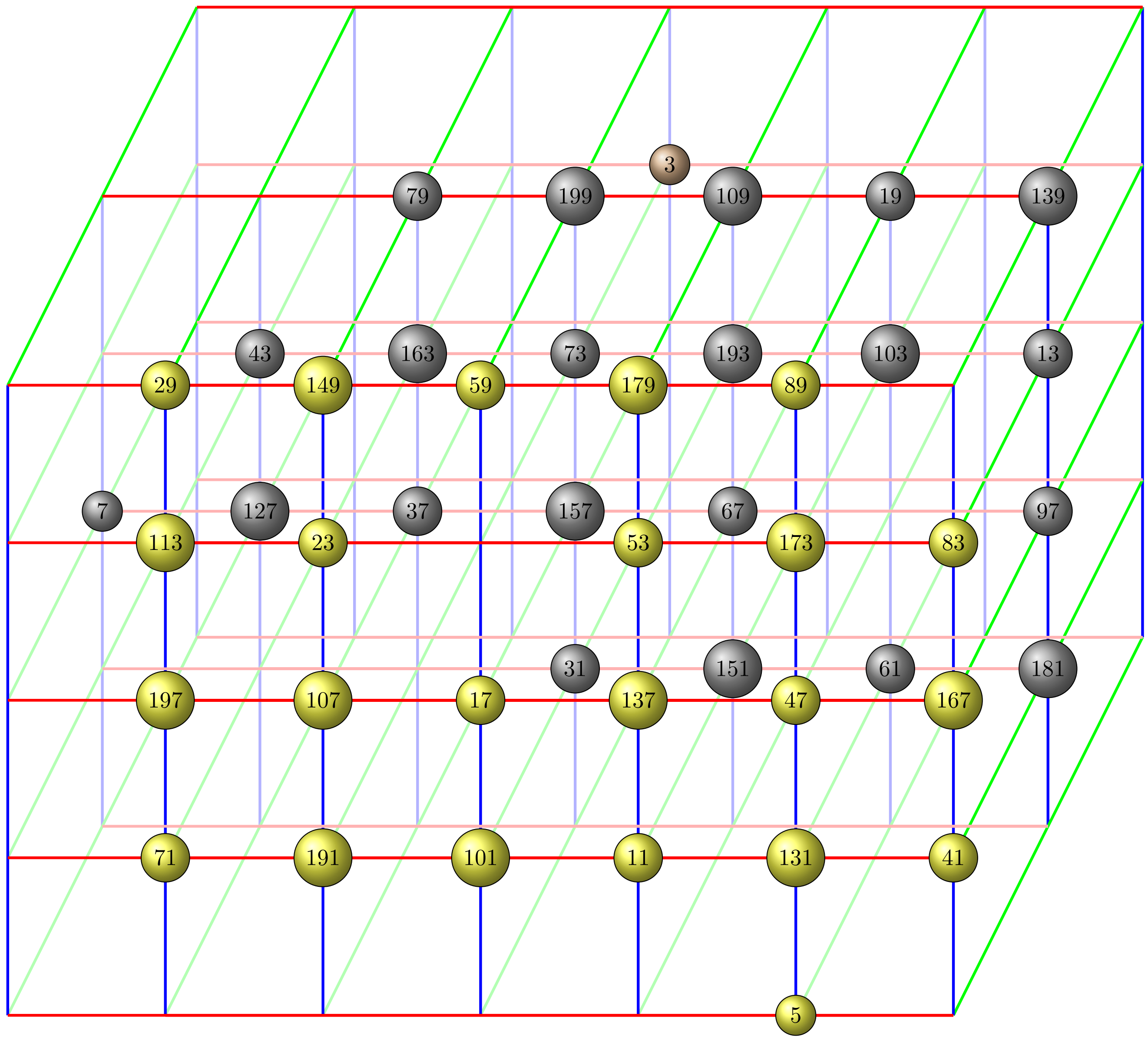
Snurpf, retour à la symétrie (Denise Vella-Chemla, 14.5.2016)

Pour le fun, un peu difficile à lire : les entiers impairs de 1 à 209, classés en 3 dimensions, selon leur classe dans $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ (en fin de document sont fournies les coordonnées restes modulaires de ces entiers).



Le même maillage dans lequel on ne fait apparaître que les nombres premiers.

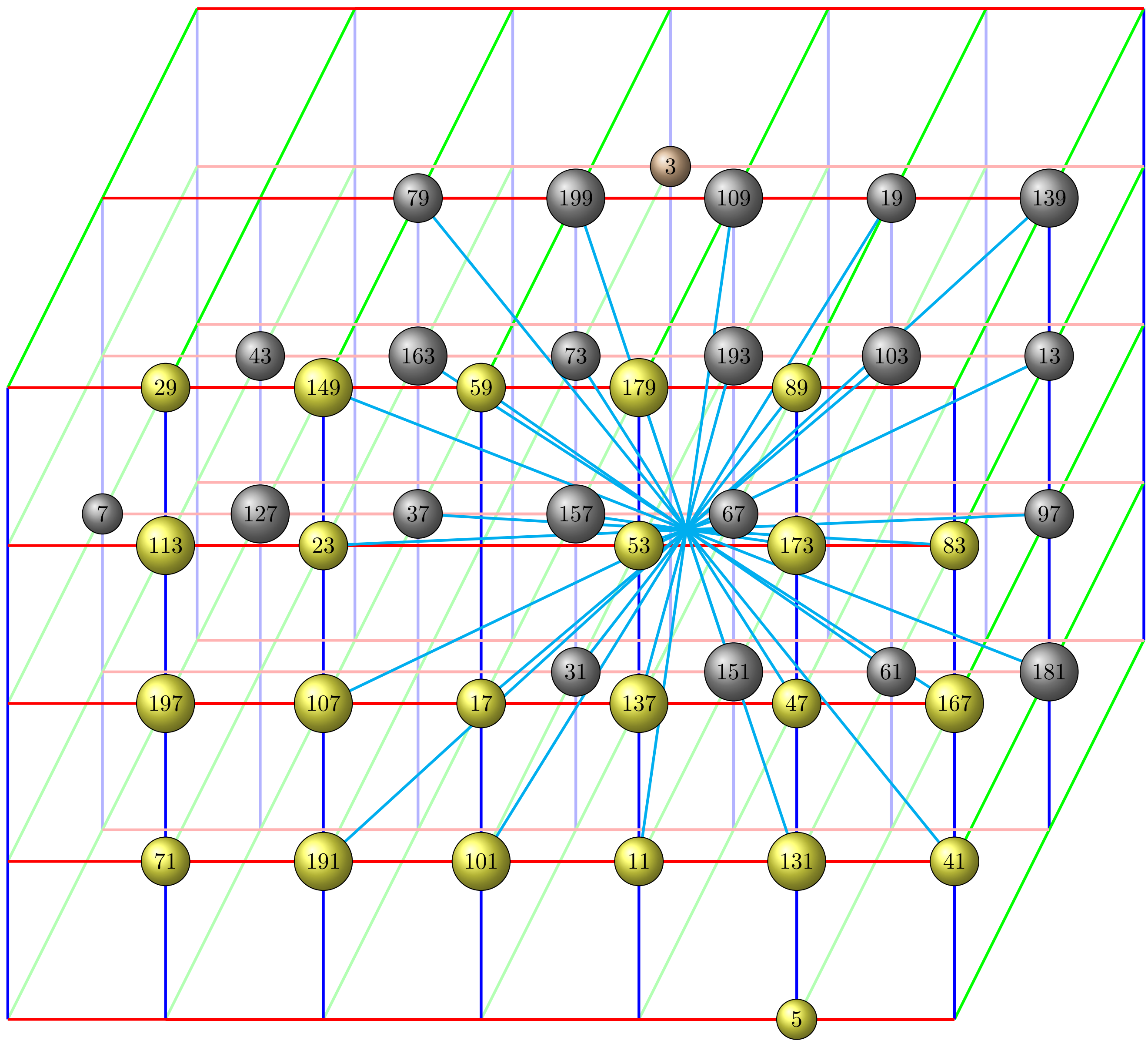


On constate de visu une symétrie centrale entre les nombres premiers argentés et les nombres premiers dorés, les colonnes étant décalées vers la droite par rapport à un axe vertical au centre du parallélépipède : il s'agit d'associer les couples de nombres suivants :

- $(19, 101), (103, 17)$ et $(61, 59)$ d'une part ;
- $(139, 191), (13, 107), (97, 23)$ et $(181, 149)$ d'autre part ;
- ou encore $(151, 179), (67, 53), (193, 137)$ et $(109, 11)$;
- ou bien $(199, 131), (73, 47), (157, 173)$ et $(31, 89)$;
- ou enfin $(37, 83), (163, 167)$ et $(79, 41)$.

Ces couples ont systématiquement pour somme 120 ou bien 330. Le rapport de 330 sur 120 est de $2,75 = \frac{11}{4}$. Serait-ce à dire qu'avec les nombres premiers $3, 5, 7$ et une symétrie centrale, on aurait pu trouver le nombre premier 11. Rien n'est moins sûr. Les points symétriques ont leur classe modulaire dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ qui sont complémentaires (2 et 3 ou l'inverse ou bien 4 et 1 ou l'inverse). Les 2 extrémités de chaque lien ont des restes non nuls modulo 3, 5 et 7 et leur somme est congrue à 0 mod 3, 0 mod 5 et à 1 mod 7.

Ci-dessous, les liens de la symétrie centrale matérialisés.



Ci-dessous, on choisit de visualiser une autre symétrie : elle relie systématiquement les nombres premiers de somme valant 210. La somme des restes modulo 3 vaut 3 (d'où le fait qu'un lien relie systématiquement un doré et un argenté), les sommes des restes modulaires des 2 extrémités dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ sont nulles aussi. Sont reliés les nombres :

- $(19, 191), (103, 107)$ et $(61, 149)$ d'une part ;
- $(139, 71), (13, 197), (97, 113)$ et $(181, 29)$ d'autre part ;
- ou encore $(151, 59), (193, 17)$ et $(109, 101)$;
- ou bien $(199, 11), (73, 137), (157, 53)$ et $(31, 179)$;
- ou enfin $(37, 173), (163, 47), (121, 89)$ et $(79, 131)$.

C'est encore la notion de différence, qui s'exprime dans les passages $(x, n - x)$ et en terme de restes modulaires, dans les passages $(x, p_k - x)$ $(modulo\ p_k)$ qui engendre ces symétries, ici autour de points, ou à écraser en dimension 2 pour obtenir une symétrie autour d'une droite.

Ci-dessous, les liens de la symétrie centrale matérialisés.

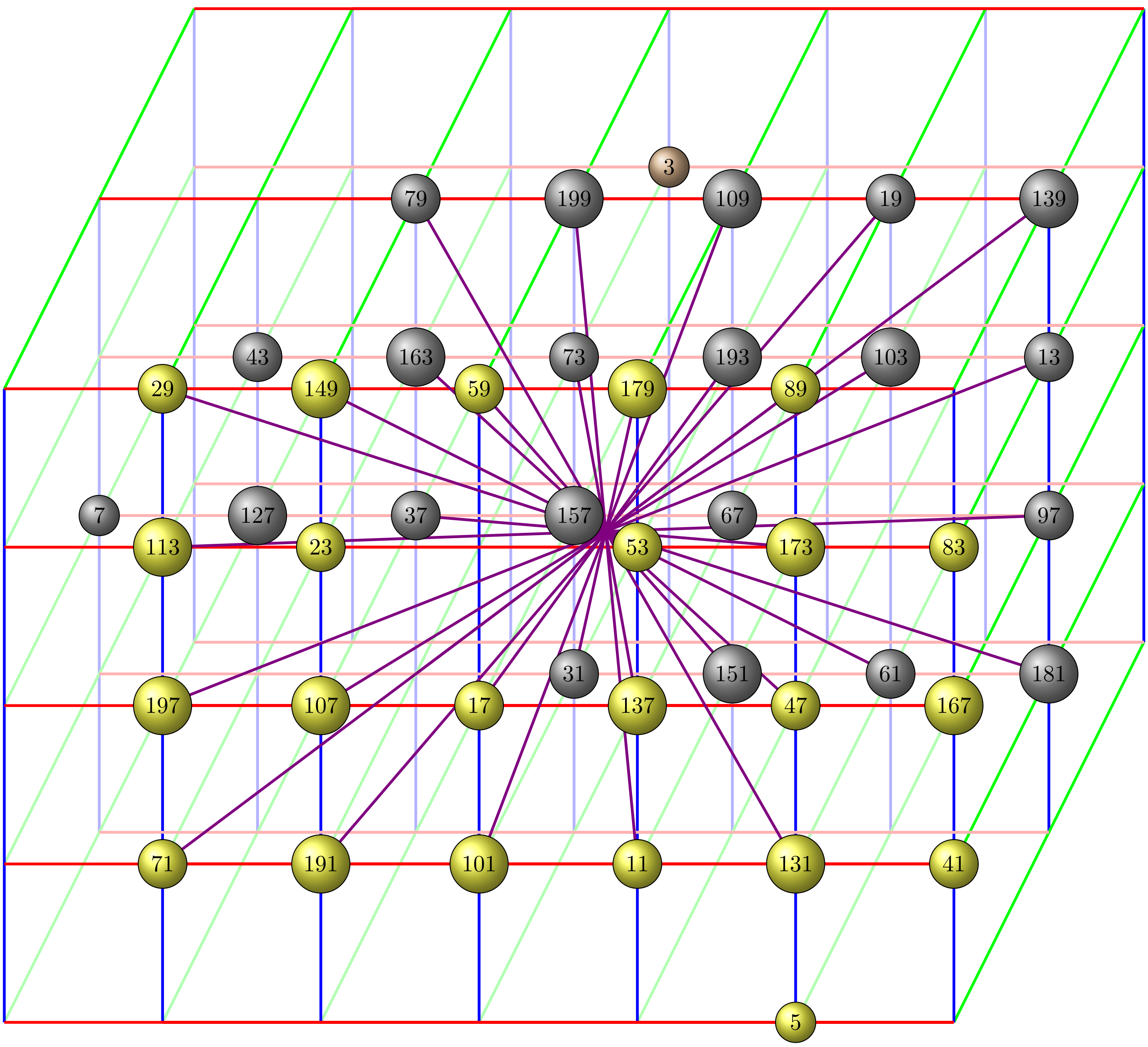


Tableau des restes modulaires coordonnées des intersections du maillage.

n	3	5	7	n	3	5	7	n	3	5	7
1	1	1	1	71	2	1	1	141	0	1	1
3	0	3	3	73	1	3	3	143	2	3	3
5	2	0	5	75	0	0	5	145	1	0	5
7	1	2	0	77	2	2	0	147	0	2	0
9	0	4	2	79	1	4	2	149	2	4	2
11	2	1	4	81	0	1	4	151	1	1	4
13	1	3	6	83	2	3	6	153	0	3	6
15	0	0	1	85	1	0	1	155	2	0	1
17	2	2	3	87	0	2	3	157	1	2	3
19	1	4	5	89	2	4	5	159	0	4	5
21	0	1	0	91	1	1	0	161	2	1	0
23	2	3	2	93	0	3	2	163	1	3	2
25	1	0	4	95	2	0	4	165	0	0	4
27	0	2	6	97	1	2	6	167	2	2	6
29	2	4	1	99	0	4	1	169	1	4	1
31	1	1	3	101	2	1	3	171	0	1	3
33	0	3	5	103	1	3	5	173	2	3	5
35	2	0	0	105	0	0	0	175	1	0	0
37	1	2	2	107	2	2	2	177	0	2	2
39	0	4	4	109	1	4	4	179	2	4	4
41	2	1	6	111	0	1	6	181	1	1	6
43	1	3	1	113	2	3	1	183	0	3	1
45	0	0	3	115	1	0	3	185	2	0	3
47	2	2	5	117	0	2	5	187	1	2	5
49	1	4	0	119	2	4	0	189	0	4	0
51	0	1	2	121	1	1	2	191	2	1	2
53	2	3	4	123	0	3	4	193	1	3	4
55	1	0	6	125	2	0	6	195	0	0	6
57	0	2	1	127	1	2	1	197	2	2	1
59	2	4	3	129	0	4	3	199	1	4	3
61	1	1	5	131	2	1	5	201	0	1	5
63	0	3	0	133	1	3	0	203	2	3	0
65	2	0	2	135	0	0	2	205	1	0	2
67	1	2	4	137	2	2	4	207	0	2	4
69	0	4	6	139	1	4	6	209	2	4	6