Cornelius Castoriadis dialogue avec Alain Connes
Chapitre 5
Les limites de la formalisation

Cornelius Castoriadis : Je suis très heureux que vous ayez accepté de venir à cette émission, et pour au moins deux raisons. Tout d'abord, même si je ne suis pas mathématicien, j'ai toujours, depuis mon adolescence, été attiré par les mathématiques, et ma fascination perdure encore aujourd'hui. Or, pour moi, rencontrer un mathématicien important, c'est un peu l'émotion de se trouver devant la cathédrale de Chartres et de rencontrer un "maître d'œuvre" qui m'explique comment elle a été construite. Et puis, en lisant le livre que vous avez écrit avec Jean-Pierre Changeux, *Conversations on Mind, Matter, and Mathematics*[1] (un très joli titre d'ailleurs[2]), je me suis rendu compte que nous avions des positions très proches sur ce qui est essentiel aux mathématiques (c'est-à-dire pour faire des mathématiques), ce qu'elles présupposent, en quoi elles consistent et, enfin, ce mystère de la rencontre possible et, à mes yeux, presque certaine, des constructions mathématiques avec quelque chose que nous redécouvrons, que nous recréons, bien sûr, mais qui nous contraint aussi comme une réalité objective - idéale, certes - mais d'une cohérence interne étonnante, d'une richesse et d'une étendue extraordinaire.

À vrai dire, je ne sais pas sur quel sujet vous interroger. Ils sont en fait très nombreux, mais beaucoup sont exclus par la nécessité d'être compris par tout "honnête homme". Maintenant, peut-être pourrions-nous commencer par la célèbre question des machines "pensantes". Pour commencer, je vais dire ce que j'en pense, et ensuite nous verrons si nous sommes d'accord ou non. Ces machines, certes, sont une prodigieuse création humaine et peuvent faire des choses dont l'homme est incapable. Mais, du moins pour le moment, elles sont incapables de faire ce qu'un... ver de terre peut faire, un ver de terre dont les cellules, par exemple, savent reconnaître les formes stéréochimiques des molécules qu'elles doivent accepter, rejeter, traiter. Il faut donc prendre en compte ces limites, tout en sachant qu'elles sont certes provisoires, ces limites sont au moins repoussables. Mais jusqu'à quel point ? Que dire a priori de leurs limites ? À mes yeux, il n'y aura jamais de véritable machine à penser. Et dans l'ordre, pour justifier cette affirmation, je réinvoquerai l'heureuse distinction que vous avez employée, dans votre discussion avec Jean-Pierre Changeux, concernant les trois étapes du travail du mathématicien. La première étape, sur laquelle tout le monde sera d'accord, est le calcul, les algorithmes, qui, selon la célèbre thèse de Church sur la machine logique universelle de Turing, peuvent être confiés à une machine, à ce qu'on appelle une machine. Il y a des réserves évidentes, puisque quelqu'un doit construire cette machine, lui donner un programme et des tâches à résoudre ; la machine n'invente pas la tâche à résoudre, ni même les méthodes. Cela me permet de passer immédiatement au troisième stade, que vous appelez l'intuition, que j'appelle moi-même l'imagination créatrice. C'est cette faculté de l'être humain, de l'âme humaine mais de l'âme socialisée bien sûr, dotée du langage et d'un héritage historique de s'inventer arbitrairement des tâches, d'inventer arbitrairement des formes (quand je dis arbitrairement, c'est une première approximation), et aussi d'inventer ce domaine particulier des mathématiques où, justement, on crée cette chose qui, à mon avis, relève tout autant de l'imagination : le processus de démonstration. Et il y a enfin une étape intermédiaire, une tactique, peut-être même une stratégie, une capacité

Traduction assisté de google d'une traduction anglaise de John V. Garner

[1]Changeux, J.-P. et Connes, A., *Conversations on Mind, Matter, and Mathematics*, trans. M. B. de Bevoise. Princeton, NJ : Princeton University Press, 1998.

[2]Le titre du livre en français est *Matière à pensée.*

que, après quelques hésitations dans votre discussion avec Changeux, vous appelez réflexion, un terme avec lequel je suis en parfait accord.

Alain Connes : On peut en effet se poser a priori la question de savoir si, effectivement, il existe des limites à la capacité potentielle d'une machine. En tant que mathématicien, je poserais volontiers la limite à la distinction entre ce qui a un sens, ce qui est intéressant, par opposition à ce qui n'a aucun intérêt, aucune pertinence. C'est vraiment cette notion de sens, d'intérêt, qui est la plus difficile à formaliser, à définir de manière à ce qu'une machine puisse y avoir accès. Mais avant d'approfondir cette question, je voudrais revenir sur les différents niveaux de travail mathématique que vous avez évoqués. En particulier, à cette idée à mon avis fausse que puisque le calcul est désormais entièrement accessible à la machine, c'est un niveau que nous comprenons parfaitement. Je pense que nous aurions tort de dire cela. Quand on a, par exemple, un calcul très compliqué à faire, on peut certes le confier à un ordinateur, mais cela suppose avant tout, comme vous l'avez précisé, qu'on lui donne le programme nécessaire. Et puis, ce qui est bien plus frustrant, c'est de savoir lire correctement le résultat. Car, si l'ordinateur vous fournit dix pages de formules, nous ne sommes pas, aujourd'hui, vraiment avancés, dans le sens où un tel résultat justement...

Cornelius Castoriadis :... n'est pas compréhensible...

Alain Connes : Ce n'est pas compréhensible, c'est tout. Et ma deuxième remarque, toujours à ce premier niveau de calcul, est qu'en effet, lorsque l'esprit humain apprend à faire des calculs, aussi simples et mécaniques soient-ils, il acquiert ainsi toutes sortes de mécanismes qui, s'ils ne sont pas acquis, vont finalement rendre l'intuition muette, impuissante. C'est un peu comme si un piéton, allant d'un point A à un point B, baissait la tête pour ne pas voir le chemin qu'il parcourt, les gens qu'il croise. Je pense ici bien sûr aux enfants à l'école. Ce serait une très grave erreur de les laisser utiliser trop tôt les calculatrices, car apprendre à faire des multiplications, des additions, etc., inscrivant ces opérations très simples dans le cerveau, est fondamental pour qu'à côté du mécanisme lui-même, une intuition et une notion de grandeur se développent progressivement. C'est une question que nous aurions bien tort d'éluder.

Cornelius Castoriadis : Absolument !

Alain Connes : Quant au niveau de la réflexion, c'est vrai qu'on peut désormais formaliser un vague schéma de retour en arrière, du genre de celui dont il a été question avec Changeux dans notre livre, qui commence à ressembler à une véritable réflexion. Mais une telle description me donne envie d'en savoir plus dans le sens où ce qui manque, c'est une sorte de polarisation vers un objectif relativement mal défini alors qu'on réfléchit à un problème. En ce sens d'ailleurs, la distinction entre le deuxième et le troisième niveau est assez floue ; nous ne savons pas comment bien le préciser.

Or, pour arriver pleinement au troisième niveau, celui de l'intuition, de l'imagination créatrice selon vous (qui, de toute façon, permet d'accéder à cette réalité mathématique indépendante de notre existence propre), il faut suivre, chaque fois qu'on étudie certains objets à travers une telle axiomatique, une sorte de fil d'Ariane. C'est extrêmement difficile à définir, mais cela permet de se déplacer dans cette "géographie" des mathématiques. Et je voudrais essayer de polariser ce déplacement en donnant deux exemples de problèmes, d'énigmes, qui sont mes principales motivations en mathématiques. La première énigme est celle de l'espace dans lequel nous vivons, énigme qui ne serait évidemment pas déconnectée des relations entre mathématiques et physique, puisqu'on ne peut séparer la perception de cet espace de la physique, et de ce qu'il nous en apprend non plus. Et la deuxième énigme est disons, la suite des nombres premiers, ceux qui sous-tendent l'arithmétique, les nombres, tout ce système se présente constamment à nos yeux chaque fois que nous réfléchissons à l'arithmétique, et même aux problèmes simples de ce domaine. Or, on aperçoit quelque chose de véritablement surprenant lorsqu'on s'aventure assez loin dans l'élucidation de ces deux mystères : ils ont énormément de points communs ; les notions développées pour comprendre l'un de ces deux problèmes sont applicables à l'autre, etc. ; et, finalement, on ne peut pas vraiment dissocier la perception que l'on a du monde physique de cette recherche sur les énigmes mathématiques. Ainsi, on arrive, ou du moins j'arrive (peut-être suis-je un extrémiste ?) à cette certitude : la réalité mathématique est la seule réalité qui soit précisément, correctement définie. Et on arrive à ce défi, essentiel pour moi de comprendre dans quel sens la réalité physique s'aligne, se précise dans la réalité mathématique.

Cornelius Castoriadis : Je suis presque entièrement d'accord avec vous, même si mon accord ou mon désaccord n'ont pas grand intérêt. J'ai surtout été très heureux qu'en évoquant ces deux énigmes vous mettiez le doigt sur des questions qui m'ont toujours rempli d'admiration et de fascination également ; nous y reviendrons. Au préalable, permettez-moi d'ajouter quelque chose sur votre première étape de calcul, qui n'est d'ailleurs pas première dans le temps, mais est logiquement antérieure, si je puis dire. Il faut toujours revenir à cette étape. Autrement dit, un mathématicien a une brillante intuition. Il essaie ou d'autres essaient, de la mettre sur papier. Si alors cette intuition contredit des choses bien établies, et que la contradiction vient du premier niveau (quelque chose est A ou n'est pas A, est le contradictoire de A), alors, eh bien, l'intuition brillante tombe. Il existe de nombreux exemples dans l'histoire des mathématiques.

Alain Connes : C'est exactement ça. Et on pourrait comparer la période de calcul, de vérification, presque de démonstration, au travail de l'expérimentateur qui, pour ainsi dire, retourne à sa planche à dessin. On peut avoir une idée, et c'est cela qui remplace l'expérience en mathématiques.

Cornelius Castoriadis : Absolument.

Katharina von Bulow : C'est pourquoi un livre de philosophie, malgré l'intuition de base, nécessite mille pages pour expliquer l'idée d'origine.

Alain Connes : Il faut surtout revenir à une expérimentation ; et, en mathématiques, cette expérimentation est la preuve, la démonstration.

Cornelius Castoriadis : Oui. Avec cette différence qu'en philosophie on n'a pas de démonstrations rigoureuses. On ne peut pas réduire ce que l'on dit à un petit groupe d'axiomes dont on déduit le reste. Nous n'avons pas de référence directe à l'expérience. La philosophie fonctionne sous la contrainte de l'expérience, mais il s'agit alors de la contrainte de l'expérience humaine dans sa totalité. Et nous n'avons justement pas cette dureté, ce caractère cristallin qui est le propre des mathématiques. C'est là l'énorme différence.

Mais revenons à notre question et à vos trois étapes. Je crois moi-même aussi qu'il n'est pas possible de séparer totalement la réflexion de l'intuition (pour vous) ou de l'imagination (pour moi). Laisse-moi expliquer. Supposons que l'on intègre dans une machine ce que vous appelez très justement une fonction d'évaluation, qui, en tant que fonction au sens vulgaire (par exemple la fonction respiratoire), permettra peu à peu à la machine, au fur et à mesure qu'elle effectue des calculs, de voir si elle s'approche ou non d'un but, un but défini d'avance, puisque la machine ne saurait, elle-même, comment le fixer. Mais cette fonction de l'évaluation, si elle est elle-même susceptible d'être rendue sous forme d'algorithme, ne pourra opérer que sur des possibilités définies à l'avance.

Alain Connes : Absolument.

Cornelius Castoriadis : Alors que le véritable travail de réflexion est indissociable de la création imaginaire, dans le sens où lors de ce travail on peut faire apparaître des critères de choix, par exemple, ou d'autres éléments qui n'étaient pas donnés à l'avance.

Alain Connes : Je suis entièrement d'accord.

Cornelius Castoriadis : En revanche, bien sûr, et pour la même raison, au moment d'un tel travail d'évaluation "machinale", on ne peut jamais y voir le sens, comme vous le dites, ni la fécondité, comme je le voudrais dire. Le sens est, là encore, un apport de l'imagination, sans lequel l'invention d'une méthode démonstrative perdrait une part énorme de ses critères.

Prenons l'exemple d'une des grandes méthodes de démonstration, déjà là chez Euclide et Archimède, la méthode de l'exhaustion[3], qui est le fondement d'un nombre énorme de choses dans les mathématiques modernes, dans la théorie des limites. Qu'est-ce que ça me permet de faire ? Approcher au plus près, et idéalement épuiser, ce qui reste. Cette exhaustion a bien sûr été inventé au départ pour une application précise, mais on s'est rendu compte à un moment donné qu'il avait une fécondité qui transcendait de loin les objets pour le fonctionnement desquels il avait été construit. Et là encore, l'imagination est nécessaire.

Alain Connes : Absolument. Cette méthode est d'ailleurs un très bon exemple, car on y voit bien ce qui différencie le mathématicien de l'ordinateur. L'exhaustion lui donnera accès à l'infini, le portera jusqu'à la limite. Ainsi, malgré un nombre infini d'opérations, il pourra, dans son esprit, imaginer le chiffre limite π, tandis que l'ordinateur, lui...

Cornelius Castoriadis :... produira des décimales.

Alain Connes : C'est ça ; il accumulera les opérations mais n'aura jamais cet accès direct. Et c'est ce qui est tout à fait remarquable en mathématiques. Elle donne à l'homme un accès à l'infini, c'est-à-dire un accès au-delà d'un nombre d'opérations finies. Reprenons le même problème à travers un autre point. En mathématiques, des choses assez paradoxales se produisent souvent ainsi, pour étudier des groupes entièrement finis, on utilise des outils qui ont été conçus pour étudier des groupes infinis, qu'on appelle groupes de Lie, qui sont en fait beaucoup plus simples à analyser que les groupes finis car leur structure, sous-tendue par le continuum, permet d'utiliser des moyens

[3] C'est-à-dire par des approximations de plus en plus précises.

algébriques. Posez-vous donc un problème philosophique très actuel : l'univers qui nous entoure, notre esprit, etc. est-il a priori fini, a priori limité par la finitude ? Ou, comme je l'espère, existe-t-il d'une certaine manière, au-delà du fini, au-delà du réel, du tangible et du matériel, une réalité qu'on peut appeler mathématique (mais la dénomination importe peu) dont la caractéristique est justement l'infini ?

Elle exercerait sur nous une attraction, comme une vocation, pour nous donner accès, malgré notre condition humaine, à quelque chose qui relève d'une certaine éternité, d'une certaine intemporalité, d'une certaine indépendance par rapport à l'espace, au point de l'espace, dans lequel on existe.

Cornelius Castoriadis : D'ailleurs, ce passage s'applique déjà au niveau du simple être vivant, qui, curieusement, utilise les mathématiques, exploite les résultats. En voici une : lorsqu'un chien poursuit un lapin, il résout une équation différentielle...

Alain Connes : Il ne la résout pas, il cherche une solution.

Cornelius Castoriadis : Oui, il applique une solution à l'équation, qui s'appelle la courbe de poursuite, mais il ne la connaît pas, ça fait comme ça...

Alain Connes : Je vais prendre un autre exemple. Chaque fois que nous effectuons un ajout, nous utilisons la retenue. Et la retenue, c'est ce que les mathématiciens appellent un nombre de cocycle[4]... Mais, bien sûr, une bonne connaissance de la terminologie ne nous aidera pas à faire des additions correctes !

Cornelius Castoriadis : Bien sûr. Il ne s'agit donc pas de l'être vivant en général mais de la spécificité de l'esprit ou du psychisme humain et, en particulier, de l'énorme innovation dans l'ordre de l'être constitué par l'imagination et l'imaginaire. Je crois que c'est tout à fait essentiel. Mais, pour revenir aux deux énigmes dont vous parliez, j'ai moi-même apprécié et travaillé sur les énormes problèmes que pose l'espace, les paradoxes de Zénon qui n'ont rien perdu de leur actualité, la question du discret et du continu[5], l'approche du continuum par le discret... Et, là, nous frôlons la physique contemporaine, avec la quantification de l'espace... Quant aux nombres premiers, une des choses qui m'a le plus enthousiasmé lors de mes brèves études de mathématiques (à mon âge adulte, hélas !), c'est lorsque j'ai remarqué que le théorème fondamental, et même pratiquement tous les théorèmes concernant la véritable arithmétique des nombres premiers (c'est-à-dire les nombres qui n'ont d'autre diviseur qu'eux-mêmes et un) utilise l'analyse, le chapitre des mathématiques qui se préoccupe des limites et de la continuité. Et ils démontrent, par exemple, que la fréquence des nombres premiers au sein de l'ensemble des nombres naturels diminue suivant une fonction logarithmique qui n'a bien entendu rien à voir avec l'arithmétique. Mais ces démonstrations, celles d'Hadamard et de La Vallée-Poussin, regorgent d'intégrales ! On a donc l'impression - je n'aime pas ce mot mais bon, je vais l'utiliser pour aller vite - d'une certaine transcendance de l'objet des mathématiques, car on commence par les nombres premiers, on ouvre un tout autre chapitre d'analyse, et avec elle, par un autre chemin, on revient à des résultats concernant les nombres

[4]Cela se dit des points situés sur un même cercle.

[5]Cf. Castoriadis, C., *Remarques sur l'espace et le nombre*, dans Figures du pensable, trad. Hélène Arnold. Stanford, Californie : Stanford University Press, 2007.

premiers. Un peu comme le petit Marcel qui se promène avec ses parents à Combray. Le chemin lui paraît long, il ne reconnaît plus la campagne, il se sent perdu, et puis, au milieu d'un chemin qui lui semble être le bout du monde, le voilà soudain devant "la petite porte", au fond de la cour de sa maison...[6]

Alain Connes : Plus tard, grâce à Atle Selberg, il y eut une démonstration élémentaire de ce théorème concernant la fréquence des nombres premiers. D'un point de vue un peu naïf, on pourrait dire que les nombres premiers jouent un peu le même rôle que les particules élémentaires en physique. Autrement dit, ce sont les composantes élémentaires des nombres entiers du point de vue de la multiplication. Le point de départ de la théorie que nous devons à Euler est que si l'on forme une série des puissances des nombres entiers, on obtient une fonction qui se factorise en un produit de facteurs indexés par les nombres premiers.

Cornelius Castoriadis : Heureusement, pour les physiciens, le nombre des particules élémentaires est fini, du moins le croient-ils. Je ne sais pas ce qu'ils feraient avec un nombre infini de particules élémentaires ; sans doute seraient-ils obligés de changer de méthode !

Alain Connes : En fait, ils sont déjà confrontés à ce problème. Les diverses catégories de particules élémentaires sont en nombre fini, mais si l'on considère leurs états possibles, ceux-ci sont en nombre infini.

Cornelius Castoriadis : C'est vrai. Or, il y a une bifurcation qui apparaît immédiatement ici, puisque vous parlez de physique, ce qui ouvre deux voies. La première voie, que je voudrais éliminer immédiatement, est celle du réductionnisme. Cela part d'un constat d'évidence : notre cerveau, avec lequel nous faisons entre autres des mathématiques, est un objet physique et, en particulier, un objet vivant, un objet biologique. Et c'est ici que les biologistes interviennent pour affirmer : les mathématiques sont dans le cerveau, point final. Mais moi, je n'arrive pas à comprendre comment l'infini se trouve *dans* le cerveau ! L'infini est précisément une idéalité créée par l'imagination humaine, pour le fonctionnement de laquelle le cerveau est une condition nécessaire, mais en aucun cas suffisante. Et nous oublions trop souvent cette distinction.

L'autre voie mène à ce qu'un physicien américain, Wigner, a appelé "l'efficacité déraisonnable des mathématiques"lorsqu'on l'applique au monde réel[7]. Un énorme problème ! Dans votre livre avec Changeux, vous faites une remarque très importante à laquelle j'adhère entièrement, à savoir que la physique n'est pas réductible aux mathématiques. De même, les mathématiques ne sont pas réductibles à la physique. Il y a des branches de mathématiques "entières"...

Alain Connes : Bien sûr, comme l'arithmétique par exemple...

Cornelius Castoriadis : ... - oui - qui n'ont pas de réalité physique, y compris les nombres premiers bien sûr, mais aussi l'espace de dimension infinie... Ils deviennent des outils mais n'ont pas de réalité physique. II existe donc, dans le langage mathématique, une intersection non vide

[6] Proust, M., *À la recherche du temps perdu*, Volume 1, trad. C. K. Scott Moncrieff, éditions Wadsworth, 2006.

[7] Wigner, E., "L'efficacité déraisonnable des mathématiques dans les sciences naturelles", dans Communications on Pure and Applied Mathematics 13 (1), 1960 - TR

entre l'univers physique et l'univers mathématique ; il y a une partie dans laquelle ils se croisent, et dans cette partie, l'efficacité des mathématiques est vraiment diabolique. Et puis, il y a une partie de la physique (c'est peut-être la partie la plus essentielle, en un sens) qui est extérieure au reste, tout comme il y a une partie des mathématiques qui est aussi extérieure au reste et qui est tout aussi essentielle. Et c'est, à mes yeux, un argument très fort contre tout réductionnisme.

Alain Connes : Absolument. De plus, en ce qui concerne le cerveau humain, le point de vue matérialiste est très limité, non seulement parce que, bien sûr, le cerveau est un objet matériel et fini, mais surtout parce qu'il prétend comprendre ce qu'est la matière, parce qu'il se trompe et nous fait honte. Certes, pour peu qu'on s'intéresse aux phénomènes biologiques à l'échelle de la molécule, on peut en effet avoir une idée à peu près valable de ce à quoi on a affaire. Mais dès qu'on change de niveau pour s'intéresser aux particules élémentaires de la mécanique quantique, cette notion même de matière, de monde matériel, devient évanescente. Pourtant, c'est bien là la question essentielle à laquelle nous devons faire face : qu'est-ce que la réalité extérieure ? Et on peut prendre le même argument qui localise les mathématiques dans le cerveau, le "paraphraser" pour la réalité externe, et aboutir exactement à la même conclusion, à savoir que la réalité externe n'existe que dans le cerveau. Cela ne nous avance guère.

Pour moi, la réalité extérieure, tout ce qui est hors de nous, est essentiellement, d'une part, une source inépuisable d'information et, d'autre part, quelque chose qui ne peut être contourné, d'une certaine manière. Or, la réalité mathématique - quand on parle des nombres premiers, de l'infinité des nombres premiers - a exactement les caractéristiques d'être une source d'information, d'une part imprévisible, infaillible, et d'autre part ne pouvant être contournée, inévitable. Telle est la première expérience que l'on acquiert avec les mathématiques ; il est impossible à la fois de tout capturer d'un coup et de contourner l'essentiel des informations qu'il représente. Si quelqu'un, un jour, arrive avec un ordinateur très puissant et dit : J'ai produit le plus grand nombre premier, nous savons qu'il se trompe car nous avons la démonstration de l'infinitude des nombres premiers.

Cornelius Castoriadis : Ce qui est d'ailleurs une démonstration admirable déjà présente chez Euclide, et qu'un enfant de dix ans normalement intelligent doit être capable de comprendre.

Alain Connes : Mais qui ne fonctionnerait absolument pas sur un ordinateur, puisque vous prenez les nombres, vous prenez le produit de tous les nombres précédents, et vous ajoutez un ; et c'est quelque chose d'absolument impossible à faire avec une machine. Mais c'est ainsi, les mathématiques sont une réalité véritablement incontournable, parfaitement définie et une source d'information inépuisable. Alors que la réalité extérieure, même dans un sens quelque peu intuitif du monde matériel qui nous entoure, est quelque chose de beaucoup plus difficile à définir et à percevoir. Car, quels que soient les progrès de la physique, nous ne disposons toujours que de modèles du monde extérieur. Pour appréhender l'espace, par exemple, un enfant ne dispose, jusqu'à un an, un an et demi, que d'une sorte de modèle archaïque du monde extérieur qui lui permet de se déplacer, de ne pas tomber dans un trou. Ce modèle, il le peaufinera, l'améliorera au cours de son existence, mais il ne restera jamais qu'un modèle. Et alors que, juste avant, nous parlions du problème du discret et du continu, cela montre une fois de plus que nous percevons le monde matériel qui nous entoure de manière intuitive, sans pouvoir l'aborder autrement que pas à pas, et par des modèles, qui sont évidemment des modèles mathématiques.

Katharina von Bulow : Je voudrais revenir sur la prétention des matérialistes de localiser les mathématiques dans le cerveau...

Alain Connes : Mais nous ne nions pas qu'ils soient présents dans le cerveau ; nous nions que ce soit leur seul lieu d'"existence".

Katharina von Bulow : Je sais que vous réfutez tous les deux cette réduction matérialiste et que ma question est quelque peu provocatrice. Je vais la poser à nouveau différemment. Le corps est matériel. Il contient biologiquement, physiquement un esprit (je pense au livre de Varela, *The Embodied Mind*) qui utilise, à son insu, les possibilités infinies des mathématiques, de la biologie, des sciences humaines, de la philosophie, par exemple. Mais, en fait, tout est déjà là, et il suffit de répéter la même recherche sans jamais la terminer. Qu'en pensez-vous ?

Cornelius Castoriadis : Une thèse matérialiste, rationaliste ou déterministe cohérente devrait affirmer que tout était déjà là, non seulement dans l'esprit humain, mais depuis le big bang. Tous les théorèmes mathématiques étaient là virtuellement, mais aussi la Passion selon saint Matthieu de Bach ou encore l'Olympia de Manet. En un sens, cette thèse est irréfutable, mais, en même temps, elle constitue ce que Platon aurait appelé un "abîme de bavardages inutiles". Cela n'a aucun sens.

Alain Connes : Je crois qu'on ne peut pas évoquer ce problème du matérialisme sans revenir sur la question du temps. L'une des raisons de la virulence du matérialisme est le darwinisme et son prétendu pouvoir explicatif. Mais il y a là une énorme tromperie, car ce pouvoir explicatif n'existe que dans la mesure où l'on comprend le passage du temps. Juste quelques mots à ce sujet. Dans la physique contemporaine, on fait du temps l'une des coordonnées de l'espace-temps, et on croit ainsi comprendre de quoi il s'agit. Mais en réalité, il y a ici une illusion totale. La physique n'explique pas et ne dit jamais pourquoi le temps passe, pourquoi le temps s'écoule. C'est une coordonnée, mais les coordonnées de l'espace ne circulent pas. Le temps, ça coule. Tant que nous n'aurons pas réfléchi de manière suffisamment précise à cet écoulement du temps, l'explication darwinienne restera un cercle vicieux. Les espèces disparaissent parce que le temps passe ; mais pourquoi le temps passe ? Que signifie ce passage du temps ? Que signifie notre perception de ce passage ?

Sur ce problème essentiel des relations entre le monde physique, le monde matériel et cet accès à l'infini, cet espace de "transcendance" qui fait l'originalité de l'âme humaine, j'avoue avoir une vision assez radicale. Je ne fais confiance qu'aux choses qui existent indépendamment du temps, pour ainsi attribuer à la seule réalité mathématique cette indépendance, cette intemporalité. Cela nous permet d'assurer son existence indépendamment de notre compréhension de l'écoulement du temps. Et j'y pose la première pierre sur laquelle construire ma conception de la réalité. Maintenant, prenons la question de l'intégration à l'intérieur de la réalité de l'univers physique que nous connaissons, celle du big bang, de la temporalité qui nous caractérise et qui caractérise l'univers dans lequel nous vivons. Et en travaillant sur cette problématique, en en discutant avec des physiciens, j'en suis arrivé plus ou moins à la conclusion que l'écoulement du temps n'a rien à voir avec une coordonnée dans l'espace-temps, n'a rien à voir avec ce modèle un peu naïf que l'on se fait de l'espace-temps, du temps et de la physique, mais, en fait, cela avait quelque chose à voir avec la thermodynamique. De manière paradoxale et provocatrice, je dirai que si le temps passe, c'est parce que nous baignons dans le rayonnement à 3° Kelvin, ce rayonnement fossile issu du big bang. Pour moi, le temps passe parce que nous sommes incapables de connaître les distributions microscopiques de ce qui se passe dans l'univers qui nous entoure, et parce que ce manque d'information, cette sorte de perception macroscopique que nous en avons, fait qu'il passe de telle sorte que peu à peu notre corps se détruit, notre précision génétique s'érode. Et pour lutter contre cela, nous ne disposons que de ce phénomène discret, qu'est la transmission de la vie, la transmission aux autres générations de cette sorte de bible contenue dans notre information génétique, qui, parce qu'elle est discrète et rigide, sera très difficile à diminuer et saura au contraire lutter et prospérer contre cet écoulement du temps contre lequel nous ne pouvons rien parce qu'il est dû à la destruction, aux frictions et à notre incapacité à connaître, tous les détails du monde microscopique qui nous entoure.

Cornelius Castoriadis : Je voudrais revenir sur certains des sujets que vous venez d'évoquer et, d'abord, sur ce que vous avez dit sur Darwin et le darwinisme, qui est tout à fait correct mais insuffisant. Le cœur de la question est qu'il n'y a pas d'explication darwinienne, il n'y a qu'une tautologie grandiose : seuls ceux qui sont aptes à survivre peuvent survivre.

Alain Connes : Mais nous sommes d'accord !

Cornelius Castoriadis : Maintenant, la question essentielle est double : premièrement, pourquoi y a-t-il différents êtres vivants ? Deuxièmement et surtout, pourquoi ces différences vont-elles dans le sens d'une complexification croissante du vivant ? Ici, Darwin n'a eu aucune réponse. Il s'est appuyé sur des exemples qui avaient très peu de valeur : variations au sein d'une espèce, etc. Puis, avec les mutations, il a trouvé non pas une réponse, mais une pierre qui manquait pour faire comprendre le fait de l'évolution : il y a évolution parce qu'il y a mutation. Mais ces mutations sont aléatoires, réalisées par hasard, et l'énigme réapparaît : comment se fait-il que des mutations aléatoires, certaines d'entre elles pouvant être mortelles ou pouvant altérer l'être qui les porte, produisent si souvent des formes cohérentes, capables de survivre et vivre ? voire d'être le siège de nouvelles mutations qui mèneront plus loin sur l'échelle de la complexité ? Sur cette question, le néo-darwinisme moderne n'a selon moi aucune réponse. On parle, là encore, d'aléatoire, mais dans mon esprit cet aléatoire - et non l'aléatoire trivial du lancer de dés ou de la carte qu'on tire - est un pseudonyme que les scientifiques déterministes et positivistes donnent au fait de la création. Parce que c'est une disjonction : soit quelque chose est une production à partir de ce qui existe, et on peut l'expliquer, dire comment ça a été fabriqué, soit ça ne l'est pas. Et le déterminisme appelle aléatoire ce qu'il ne peut expliquer, c'est-à-dire le fait de la création.

Alain Connes : Nous sommes ici tout à fait d'accord.

Cornelius Castoriadis : Et il y a la complexification croissante, sur laquelle Stephen Jay Gould a tenté de donner une explication. Cela commence par une complexité nulle. Une première forme vivante apparaît, qui ne peut évidemment pas venir d'en dessous de zéro. Si donc cela va quelque part, ce sera vers la complexité, et après un million d'années; il y aura des formes très complexes... Mais la thermodynamique n'autorise pas un tel raisonnement, qui nous enseigne qu'il y a de nombreuses chances pour que ces formes perdent en complexité plutôt que de continuer à se complexifier. Ce qu'il ne voit pas ici, c'est que la vie est une création, et une création permanente de formes nouvelles, et que l'espèce humaine est une telle création, avec ce qui la caractérise notamment, à savoir l'imagination créatrice.

Avant d'aborder la fameuse question de l'universalité des mathématiques, juste un mot sur ce qu'Alain Connes disait tout à l'heure du temps. Je ne crois pas que la thermodynamique puisse nous expliquer le temps. Le grand problème auquel on est confronté est évidemment la flèche du temps, pourquoi il y a un avant et un après, pourquoi il coule. Mais, là encore, il faut distinguer deux temps.

Alain Connes : Absolument.

Cornelius Castoriadis : Il y a une époque que j'appellerai ensembliste-identitaire, ou algorithmique, pour laquelle la thermodynamique est précieuse. Mais si ce temps avait été le seul, il y aurait eu plusieurs formes initiales qui se seraient dégradées au bout d'une quinzaine de millions d'années. Pourtant, ce que l'on observe, c'est qu'il y a toujours l'émergence de nouvelles formes. Il existe donc un autre temps, qui n'est pas le simple temps de la détérioration mais le temps de la création, que j'appelle le temps poétique, car poiesis signifie création. Et le vrai avant/après est marqué en dessous. Êtes-vous d'accord ?

Alain Connes : Entièrement. Certes, cela nécessiterait beaucoup plus d'explications, mais disons que je parlais ici de l'écoulement du temps au sens naïf du terme. Et il est bien évident qu'il faudrait distinguer au moins trois ou quatre formes du temps.

Katharina von Bulow : Si l'on lit les pages absolument superbes de Saint Augustin ou d'autres grands philosophes sur le temps, on observe que ce qui leur faisait le plus peur, c'est le temps qui s'écoule, la détérioration, la mort, l'oubli.

Alain Connes & Cornelius Castoriadis : Evidemment, c'est là le gros problème !

Katharina von Bulow : Or, le christianisme, par l'intermédiaire du Christ et de saint Paul, a introduit très astucieusement le concept d'une cessation du temps, d'une rédemption du temps. De toute éternité, il est déjà arrivé et est déjà racheté, pour tous les chrétiens. Et vous parlez aussi de l'éternité et de l'infini. D'où vient ma question : les sciences, et surtout les mathématiques, ne sont-elles pas un langage qui à la fois ouvre l'infini et laisse des traces telles que l'homme peut s'imaginer éternel...?

Cornelius Castoriadis : En aucun cas ; il y a là un énorme saut logique.

Alain Connes : Bien sûr, et la différence est que, tout en sachant très bien qu'on n'est pas éternel, cet écoulement du temps nous empêche de concevoir notre être comme indépendant du temps. Pour moi, l'idéal serait d'avoir une conscience de sa propre existence, de sa naissance jusqu'au moment présent, qui serait identique à celle que nous avons en tant qu'être physique limité vivant dans l'espace.

Le fait que nos bras soient si longs ne nous a jamais dérangés. La taille limitée de notre corps dans l'espace nous laisse parfaitement indifférents. Mais la limitation de la dimension de notre être dans le temps nous angoisse évidemment. Et la raison pour laquelle cela nous angoisse, c'est que nous assistons impuissants à cet écoulement du temps, sans être réellement capables de nous percevoir, de percevoir notre totalité, indépendamment du temps. Or, je pense qu'on peut avoir des expériences qui vont à l'encontre de cela, notamment, à travers la pratique des mathématiques. Car les objets qu'on y traite, auxquels on a accès, ont justement ce caractère d'intemporalité, d'indépendance par rapport à l'espace et au temps, qui fait que la perception qu'on a permet d'accéder à quelque chose d'éternel. Cela ne signifie évidemment pas que celui qui vit une telle expérience soit éternel ; elle peut simplement rayonner sur toute la vie d'un individu, épaissir l'instant présent dans les deux sens, simultanément dans le passé et dans le futur. C'est, pour moi, la contrepartie essentielle du fait que les mathématiques ne sont justement pas un objet physique, ni localisables dans le monde physique.

Cornelius Castoriadis : C'est tout à fait juste. Et on peut remarquer, à propos de ce que dit Katharina, que le christianisme en particulier mais aussi la majorité des religions, ont presque toutes inventé cette étonnante "bizarrerie" pour répondre à cette angoisse de mort. Il y a une éternité quelque part, ailleurs, et à cette éternité nous participons personnellement. Et il y a un infini, qui n'est pas seulement comme l'infini des infinis en mathématiques, mais qui est une personne, qui est bonne, qui nous aime, etc. Et c'est pendant des siècles que cela a fonctionné. Quant à cette expérience de l'éternité, de l'intemporalité, les mathématiques nous l'ouvrent, certes, mais les grandes œuvres d'art aussi, par exemple. Une fois de plus, la Passion selon Saint Matthieu a été créée à Leipzig, en telle ou telle année, par un individu qui avait 20 enfants... Mais tout cela est totalement sans rapport avec le sens et le contenu musical de la Passion selon Saint Matthieu. L'homme crée et a accès à un monde d'idéalités - imperceptibles certes qui sont pourtant immanentes, et qu'il parvient à laisser entrer dans son monde propre.

Les mathématiques en sont une excellente manifestation, tout comme l'art et même la grande pensée. Encore un mot sur la question, sur laquelle vous avez eu raison, en disant que c'est devenu évanescent avec la physique moderne. Mais il y a plus : les catégories elles-mêmes de notre perception ordinaire sont devenues évanescentes avec elle, en citant par exemple la séparabilité en quanta, ou l'identité. Et je ne parle pas de causalité. La physique nous fait ainsi découvrir des strates d'être différentes de la strate habituelle dans laquelle nous vivons, et c'est une des raisons de la fascination qu'elle exerce.

Dernier point avant d'en venir à la question de l'intemporalité. J'étais très heureux de constater notre accord à ce sujet. On ne travaille pas les mathématiques uniquement avec son cerveau au sens trivial. Le psychisme, l'âme humaine, ne peut rien s'il n'y a pas simultanément représentation, désir ou affect. On fait des mathématiques parce qu'on désire faire des mathématiques et parce que faire des mathématiques procure du plaisir.

Alain Connes : Absolument. Et aussi parce qu'on est attiré par le mystère...

Cornelius Castoriadis : Oui, mais c'est le cas des trois à la fois ; la fascination pose la question du sens. Mais en fin de compte, c'est l'être humain tout entier qui est impliqué. Et c'est la raison pour laquelle je ne crois pas qu'une machine soit un jour capable de penser. Je ne vois pas une machine se passionner pour la démonstration de l'infinitude des nombres premiers. Pourquoi cela l'intéresserait-elle ?

Or, sur la question de l'universalité ou de l'intemporalité, comment se manifeste-t-elle ? D'abord, je crois, grâce à une fantastique permanence dans le temps de nos créations. Deuxièmement, grâce à la certitude que nous avons et à laquelle d'ailleurs la physique apporte une sorte de corroboration - que le théorème de Pythagore n'est pas simplement valable à partir de 540 ans avant Jésus-Christ, quand Pythagore, à Samos ou en Italie du Sud, l'inventait, en faisait la démonstration, mais qu'il était déjà là dès la formation du système solaire...

Alain Connes : Exactement.

Cornelius Castoriadis : ... en tant que quelque chose d'intrinsèque au fonctionnement du monde physique, que là déjà, le carré de l'hypoténuse était égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Troisièmement, et c'est le point le plus important, nous savons pouvoir enseigner les mathématiques et faire admettre à tout être humain leurs vérités. Ce n'est pas le cas des autres créations humaines, culturelles, etc., pour lesquelles c'est impossible, extrêmement difficile. Si je prends un "primitif" banalement intelligent et que je l'amène à l'Opéra pour lui faire écouter Tristan et Isolde, tombera-t-il en extase ? Ce n'est pas évident du tout. Pour qu'il comprenne quelque chose, qu'il ait accès à cette œuvre, il faudrait un très long processus d'accumulation. Par contre, je saurais lui apprendre, l'amener à comprendre ce que sont les espaces de Banach[8] et lui faire concéder à leur existence. Cela me semble évident et capital.

Et c'est aussi pour cela que je suis en désaccord avec votre "associé" Jean-Pierre Changeux qui écrit, dans votre livre en commun, que peut-être les êtres des autres planètes ont d'autres mathématiques. Il ne se rend pas compte des conséquences de ce qu'il dit, car s'il existe d'autres mathématiques, il existe aussi une autre physique...

Alain Connes : ... et une autre chimie, bien sûr...

Cornelius Castoriadis : ... et d'autres molécules. Ainsi, ce que l'on dit sur terre est faux, les lois de la physique ne sont pas universelles, etc. Ce n'est pas possible ! Êtes-vous d'accord avec cette distinction entre une intemporalité propre aux mathématiques et une intemporalité purement de droit, qui n'est valable que pour certaines de nos autres créations ?

Alain Connes : Entièrement. J'ajouterai même que les mathématiques font appel, selon moi, à un sens différent de ceux que l'on met en œuvre dans les autres domaines de la création humaine. Bien sûr, on utilise aussi la vision, l'ouïe, etc., mais ces sens ont accès à quelque chose dont, justement, l'universalité est beaucoup plus grande, beaucoup plus forte, beaucoup plus communicable.

Katharina von Bulow : Il va certainement falloir arrêter...

Cornelius Castoriadis : Un dernier point, puisque nous avons déjà dépassé nos limites. Pour revenir sur "l'efficacité déraisonnable des mathématiques", leur applicabilité à la physique, je for-

[8]Les espaces de Banach sont les objets étudiés par l'analyse fonctionnelle et portent le nom du fondateur de cette discipline, le mathématicien polonais Stephan Banach (1892-1945). - TR

mulerai ainsi la chose, en sollicitant une dernière fois l'avis d'Alain Connes, car c'est "ma" thèse ontologique. Il y a, dans l'être en général, une dimension qui est, comme on dit en mathématiques, partout dense, partout présente, qui relève de ce que j'appelle une logique "ensembliste-identitaire", c'est-à-dire une partie des mathématiques.

Alain Connes : Absolument. Et cette partie des mathématiques est présente même dans le langage.

Cornelius Castoriadis : Bien sûr, dans le langage, dans les créations humaines, dans un poème aussi, dans une fugue de Bach, dans Tristan et Isolde, dans un tableau, partout, et dans les particules, etc. Mais que ce soit partout ne veut pas dire que cela épuise l'être. Et dans la mesure où cela n'épuise pas l'être, cela n'épuise pas l'existence physique, ni l'existence humaine, ni la création mathématique elle-même. C'est la raison pour laquelle il y a cette intersection, ce croisement partiel extrêmement important entre le monde physique et le monde mathématique.

Alain Connes : Je crois que je suis entièrement d'accord avec cela.