L'imagination et l'infini

Alain Connes
Alain Prochiantz [1]

Imaginations, une série d'entretiens proposée par Alain Prochiantz, neurobiologiste, professeur au Collège de France.

Alain Prochiantz : Nous sommes dans la grille d'été, sur le programme *Imaginations*, avec des philosophes, des sociologues, et des savants, et des artistes, sur le thème probablement rassembleur, entre les scientifiques et les artistes. Il faut dire que c'est comme ça qu'on a en tout cas pensé la chose. Et j'ai aujourd'hui le plaisir de recevoir Alain Connes. Alors, Alain Connes est un très grand mathématicien. Il est professeur du Collège de France, où il a occupé la chaire Analyse et géométrie. Il est récipiendaire de la plus grande récompense qu'on puisse avoir en mathématiques, qui est la médaille Fields. Et il a cet intérêt non seulement pour les mathématiques, bien entendu, mais aussi pour la musique et pour l'art, ce qui fait qu'il est vraiment une des personnes qui peut faire le lien aujourd'hui très fort entre art et science sur un mode qui n'est pas un mode plat mais qui est un mode qui engage intellectuellement celui qui fait de l'art ou celui qui fait de la science, c'est-à-dire une véritable réflexion sur le sujet de l'art et le sujet de la science. C'est un spécialiste de ce qu'on appelle la géométrie non-commutative et si je dis ça, c'est probablement parce que ce n'est pas étranger à son intérêt pour le temps, et à travers l'intérêt pour le temps, son intérêt pour la création musicale.

Alain, j'ai le devoir d'essayer d'extraire de toi, pas tout parce que c'est inépuisable, mais en tout cas des éléments de réflexion sur cette question de la science, des mathématiques, de la beauté en mathématiques, et de son lien avec la beauté artistique.

1. Cet interview d'Alain Connes, Professeur honoraire de mathématiques au Collège de France, par Alain Prochiantz, Administrateur du Collège de France ainsi que Professeur de Neurobiologie au Collège de France, a été réalisé lors d'une émission Savoirs du Cycle Imaginations sur France-Culture (22.7.2018).
Transcription par Denise Vella-Chemla (2.2.2019).

Alain Connes : Oui. En fait, donc, j'ai un peu réfléchi en ce qui concerne simplement l'imagination. Et la première chose qui m'a frappé, c'est que finalement, la radio, comme moyen de communication, est un moyen qui est beaucoup plus intéressant, au niveau de la concentration de l'auditeur, au niveau de l'écoute justement, qu'un autre moyen de communication comme la télévision. Pourquoi ? Parce que l'imagination, dans le terme imagination, il y a les images, et il est extrêmement important que l'auditeur n'ait pas un rôle purement passif, ne reçoive pas l'image telle qu'on veut la lui imposer, mais soit capable lui-même de la créer, et de la créer à partir du discours, à partir du langage. Donc, c'est la première chose qui m'a frappé, c'est à quel point une émission de radio est beaucoup plus appropriée, pour parler de l'imagination, que si on essayait de l'illustrer directement. La deuxième chose qui m'a aussi beaucoup frappé, c'est en quel sens les mathématiciens ont une utilisation de l'imagination qui a priori est très différente, très très spéciale, très différente de ce qui se passe dans les autres domaines, c'est ça que je veux essayer d'expliquer. Donc, ce que je veux dire, c'est qu'un mathématicien utilise beaucoup l'imagination, mais il l'utilise d'une manière très spéciale. C'est-à-dire qu'en fait, le rôle, le premier rôle de l'imagination pour un mathématicien, qui est un rôle essentiel, c'est celui de créer des images mentales.

Et dans ce rôle-là, en fait, bien sûr, bien entendu, ce n'est absolument pas quelque chose de passif. C'est un... comment dire... on ne peut y arriver véritablement que lorsqu'on sèche sur un problème. Donc il y a une vertu essentielle... pour un mathématicien, c'est, par exemple s'il est en train de lire un bouquin, c'est de prendre par exemple un théorème qui est dans un livre etc. et surtout, de ne pas regarder la démonstration, mais d'essayer de démontrer lui-même. Pourquoi ? Parce que lorsqu'il fait cela, en fait, il va créer dans son cerveau, je dis une image mentale mais en fait, c'est très rarement, c'est pas toujours quelque chose de géométrique, c'est pas toujours quelque chose qui peut se décrire comme une image, mais, c'est un certain assemblage dans son cerveau qui ensuite va faire que, lorsqu'il sera confronté à une page de formules, eh bien, cette page de formules va lui parler. Et dans cette page de formules, il va voir des acteurs. Il va voir des choses qui vont "résonner" entre elles, etc. La comparaison que j'ai toujours envie de prendre, c'est que supposez par exemple que vous soyez dans le métro, et que vous voyiez un passager du métro ou une passagère du métro qui est en train de lire une partition de musique. Quand on n'est pas musicien, cette partition de musique ne nous dit rien, rien du tout. Quand on n'est pas mathématicien et qu'on voit un passager en train de lire des formules de maths, on a l'impression que... je veux dire, qu'on est complètement exclu et qu'on n'a aucune chance de comprendre. Et en fait, la raison, c'est justement cette fabrication d'images mentales et cette fabrication d'images mentales, elle implique de manière absolument essentielle cette capacité d'imaginer. Cette capacité d'imaginer, là, elle joue un rôle absolument fondamental. Et je donne toujours le conseil suivant, je veux dire, par exemple, à un jeune mathématicien : le conseil, c'est si on est confronté par exemple à un calcul même très difficile, bien sûr, ce sont des calculs abstraits etc., la bonne méthode, ça n'est pas de se ruer sur l'ordinateur pour essayer de faire le calcul, ou de prendre une feuille de calculer, non ! La bonne méthode, c'est de partir pour faire un tour à pied et d'essayer de se débrouiller avec ce qu'on a, pour justement, en y réfléchissant, créer dans le cerveau ces images mentales. Et peu importe la complexité du problème.

Peu importe le caractère impossible au départ de cette création, c'est en séchant, et justement, en s'appropriant progressivement des objets mentaux qui vont correspondre au problème qu'on va progresser. Donc, il y a une part active qui est absolument essentielle et de mon point de vue, c'est ça vraiment le premier, le rôle fondamental de l'imagination en mathématiques. En ce sens-là, c'est très différent d'autres domaines, parce que, bien sûr lorsqu'on fait de la physique, et qu'on parle de l'univers, bon, eh bien, chacun a une image mentale au départ, de ce que c'est que l'univers, donc, on ne va pas avoir besoin de créer quelque chose à partir de rien, alors qu'en maths, vraiment, on est confronté à cette chose-là. Donc, de mon point de vue, il y a ce point essentiel, qui est que l'on doit être actif, et on est d'autant plus actif que l'on ne nous donne pas un modèle déjà pré-établi. Et si par exemple on était à la télévision, on essaierait d'illustrer des concepts de mathématiques par des images mais, chaque mathématicien, chaque personne, est un cas particulier et va créer dans son cerveau, une image très particulière, un assemblage très très particulier, et il est impossible de donner une forme générique comme cela.

Alain Prochiantz : Mais quand tu parles d'images mentales, je pense qu'à un certain niveau, même en dehors des mathématiques, il y a un moment où il est besoin d'avoir recours à cet espèce de fabrication d'images mentales...

ALAIN CONNES : Tout à fait.

ALAIN PROCHIANTZ : de briques que l'on manipule...

ALAIN CONNES : ...qui s'emboîtent entre elles...

ALAIN PROCHIANTZ : qui s'emboîtent ou qui ne s'emboîtent pas et ça, c'est peut-être parce que justement, la pensée mathématique est la seule façon de penser, en dehors des formules. C'est pas uniquement des formules, c'est une façon de réfléchir qui est une langue naturelle pour le savant d'une certaine façon. Donc la question que je voulais te poser, pour éclairer un petit peu, pour moi d'ailleurs, mais aussi peut-être pour ceux qui nous écoutent, c'est, je dirais "Quelle est l'image de ces images mentales ? Ca ressemble à quoi une image mentale ?"

ALAIN CONNES : Bon, alors d'abord, il y a les images mentales les plus simples, bien entendu. C'est-à-dire que si on parle de la géométrie ordinaire, par exemple, la géométrie plane, il y a un théorème que j'aime beaucoup, c'est le théorème de Morley. Donc là, l'auditeur doit essayer d'abord d'imaginer un triangle. Alors chaque auditeur va imaginer un triangle différent, mais peu importe, d'accord. Donc on part d'un triangle. Et que dit le théorème de Morley, que dit le théorème de Morley ? C'est qu'on découpe chaque angle du triangle en trois parties égales, donc en trois angles égaux. Et on intersecte les droites correspondantes. On obtient un triangle à l'intérieur, en général, du triangle dont on est parti, et la merveille, c'est que le triangle qu'on obtient à l'intérieur est toujours, toujours, un triangle équilatère. Alors ça, c'est merveilleux ! C'est ce qu'on appelle le théorème de Morley. Et quand on a énoncé ce théorème, on a une image mentale, bien sûr. Et en fait, l'image mentale que l'on a est bien meilleure que si on dessinait sur un papier un triangle, et qu'on ait dessiné le triangle équilatère au milieu. Pourquoi ? Parce qu'on serait automatiquement perturbé par le grain du papier, par le crayon avec lequel on a écrit, etc. Donc là, il y a déjà une abstraction qui s'est produite. Mais... il y a un point essentiel justement en mathématiques. Il y a un point essentiel, c'est que j'ai pu vous expliquer ce que c'était qu'une image mentale très simple, dans le cas de la géométrie plane. Mais en mathématiques, on manipule des géométries qui sont bien plus compliquées que ça, et qui en général, sont des géométries qui sont de dimensions bien plus grandes que 3, et même en général, de dimension infinie.

C'est-à-dire on a compris, grâce à la physique par exemple, que la mécanique quantique, c'est une mécanique qui se produit dans un espace qu'on appelle l'espace de Hilbert, qui est un espace de dimension infinie. Alors, comment se fait-il que le mathématicien puisse avoir accès à cet espace, de dimension infinie ? C'est ça la question, c'est la question essentielle. Et cette question essentielle, en fait, elle a une réponse très, très, très fondamentale. Cette réponse, c'est la dualité entre la géométrie et l'algèbre.

Alors pour l'expliquer, je vais prendre un exemple. Je vais prendre un exemple plus simple que le théorème de Morley. Supposons par exemple qu'on soit frappé par le fait que les médianes d'un triangle se rencontrent en un point. Alors ça va bien quand on fait dans la géométrie plane. On voit bien ce que c'est. On a un énoncé analogue lorsqu'on va dans la géométrie dans l'espace. Mais qu'en est-il lorsqu'on regarde une géométrie en dimension arbitraire ? Ca paraît impossible parce que comment est-ce qu'on va se représenter un espace de dimension 4, un objet correspondant à un triangle en espace de dimension 4 etc. ou en dimension plus grande : la réponse est merveilleusement simple : c'est que la manière de comprendre, dans le langage, algébrique, par une formule, pourquoi les médianes d'un triangle se rencontrent, c'est simplement d'écrire les coordonnées de ce qu'on appelle le barycentre de 3 points. C'est-à-dire qu'on prend les coordonnées des points. Et puis on fait leur somme et on la divise par 3, parce qu'on est en dimension deux ; si on était en dimension 3, on diviserait par 4 et ainsi de suite. Et alors, ce qui est merveilleux, c'est que lorsqu'on a, c'est un peu comme les deux hémisphères du cerveau, c'est-à-dire il y a l'hémisphère droit et l'hémisphère gauche, ils communiquent entre eux. C'est l'hémisphère droit qui a l'image mentale du triangle, comme je vous l'ai expliqué au début. C'est-à-dire qu'il le voit, qu'il voit le triangle de Morley, etc. Et puis après, on communique.

On communique avec l'hémisphère gauche. Dans l'hémisphère gauche, il y a une formule. C'est une formule qui permet... Et cette formule, elle est complètement insensible à la dimension. C'est-à-dire qu'une fois qu'on l'a écrite en dimension 2, elle va exister en dimension 3, en dimension 4, et même en dimension infinie. Donc il y a une merveille qui se produit, qui est qu'en mathématiques, on est capable d'escalader, précisément, parce qu'il y a quelque chose qui permet de renforcer l'image mentale, qui permet de lui donner une sécurité, et c'est la formule. Et une fois qu'on a cette formule, après, on va fonctionner dans un autre mode. Et ce mode n'est plus le mode visuel, et c'est pour ça que la notion d'image mentale est réductrice, parce qu'elle réduit tout à une vision géométrique. Or, en mathématiques, il y a une dualité, entre justement la géométrie et l'algèbre. C'est-à-dire que d'un côté, on a cette vision géométrique et là, en général, la vision géométrique, c'est quelque-chose qui va s'imposer immédiatement... C'est-à-dire on a une figure, cette figure va vous parler, mais elle va vous parler tout de suite.

Alors que l'algèbre, c'est précisément autre chose. Et c'est quelque chose qui va évoluer dans le temps, et c'est une chose dans laquelle les calculs vont se faire algébriquement, et j'avoue que moi, je suis par exemple persécuté. La nuit dernière, je me suis réveillé, je me suis dit "est-ce que dans telle formule, je ne me suis pas trompé ?". Pourquoi ? Parce que mon cerveau continue à fonctionner...

Et il continue à faire les calculs etc. Et ça, c'est quelque chose qui se déroule dans le temps, et qui n'est pas du tout de la même nature, qu'une image mentale statique, une image géométrique, qui elle existe et est figée une fois pour toutes et qu'on comprend de manière immédiate.

Alain Prochiantz : Les images mentales ne sont pas forcément statiques. J'imagine qu'on les bouge, on les retourne, on les combine.

Alain Connes : On peut les bouger, on peut les retourner. Il y a le retournement de la sphère par exemple.

Alain Prochiantz : Mais probablement pas n'importe comment. C'est-à-dire est-ce qu'il y a une grammaire de la combinaison des images mentales ? Qu'est-ce qui est permis dans la manipulation des objets mentaux, de ces images, et qui fait que ce n'est pas n'importe quoi, il y a une sorte de grammaire derrière.

Alain Connes : Il y a bien sûr une grammaire derrière. Je pense que, sans doute, une des facettes les plus importantes de la grammaire, c'est le pouvoir de l'analogie. Et puis ensuite de la métaphore. Mais je pense que l'analogie, c'est quelque chose d'extraordinairement puissant, et qui pour le moment, est tout à fait inaccessible à des procédés comme le Machine Learning, l'intelligence artificielle, etc. Donc c'est un outil extraordinaire...

Alain Prochiantz : Pour toi, c'est l'intuition, l'analogie ?

Alain Connes : Non, c'est plus que ça. C'est-à-dire qu'en fait, ce qui se produit, justement, à travers les images mentales, c'est qu'à un moment donné, le cerveau s'aperçoit que deux images mentales qui paraîtraient extrêmement loin les unes des autres (c'était ce qui était arrivé à Poincaré lorsqu'il montait dans le bus), des images mentales extrêmement éloignées les unes des autres, je veux dire, il parlait de deux choses complètement différentes, en fait, il s'est aperçu à un moment donné qu'il y avait des ressemblances extraordinaires entre les deux. Et le fait qu'il y a eu ces ressemblances extraordinaires entre les deux a fait que, après, il a pu développer une analogie entre deux domaines qui a priori n'ont rien à voir les uns avec les autres.

Et alors, une analogie, c'est quelque-chose qui est extrêmement délicat à manipuler, parce que c'est pas un simple dictionnaire. Si c'était un simple dictionnaire, ce serait rasoir, c'est-à-dire si on pouvait dire "telle chose correspond à telle autre chose etc., etc". C'est une espèce de... Il y a un mathématicien japonais, qui s'appelle Oka, qui avait merveilleusement décrit, c'est une espèce de transplantation, une espèce de... On a une petite fleur et très délicatement, on essaie de la transplanter à un autre endroit, et pourquoi c'est quelque chose d'incroyablement fécond et efficace, c'est parce que en général, justement, les choses que l'on comprend d'un côté, on ne les comprend pas de l'autre et inversement. Donc ça veut dire qu'on va pouvoir transplanter la compréhension qu'on a d'un côté, et voir comment, en essayant, on fait des essais, on voit etc. mais il ne faut surtout pas, à ce moment-là du développement, il ne faut surtout pas essayer d'être trop rigoureux, parce que si on est trop rigoureux, tout va s'effondrer. Et c'est un moment, justement, qui a un aspect poétique et artistique. Pourquoi ? Parce que quand on transplante des petites fleurs, quand on fait ce procédé-là, si on essaie d'être trop intelligent, trop rapide, etc., on va dire "bah, ça va pas marcher, mais ça va pas marcher pour telle raison etc." Et à ce moment-là, on abandonne, et on a tout gâché.

Alain Prochiantz : C'est une sorte de correspondance, en fait.

Alain Connes : C'est une sorte de correspondance, d'analogie. Et on ne peut pas essayer de la codifier de manière trop précise au moment où on la découvre. C'est quelque-chose d'extrêmement fragile et cette fragilité-là fait que, si par exemple, au moment où on la découvre, on essaie de la dire, on essaie, il faut, il faut savoir que les mathématiciens sont des gens très durs, c'est-à-dire qu'en mathématiques, le rêve est exclu. Je vais revenir là-dessus. Mais si on a perçu une analogie entre deux sujets, et si on essaye de manière trop rapide, trop prématurée, de la dire, elle va être détruite. Donc il y a une partie du développement d'une nouvelle théorie comme ça, dans laquelle on doit se protéger, on doit se protéger, c'est comme un petit enfant qui doit être protégé, etc. et seulement au bout d'un moment, quand il aura fait ses preuves, quand il aura grandi suffisamment, là on pourra le dévoiler.

Alain Prochiantz : Il faut laisser mûrir l'analogie, mûrir la correspondance, pour que ça soit suffisamment solide, pour affronter l'épreuve de vérité.

Alain Connes : Alors l'épreuve de vérité est quelque-chose d'absolument terrible. Donc ce qu'il faut savoir, quand je parlais de l'imagination en mathématiques, naïvement, on pourrait croire que, l'imagination en mathématiques, c'est imaginer des choses et puis essayer de les démontrer, etc. Mais en fait, il y a un carcan en mathématiques, qui est absolument terrible, et qui, je pense, est largement semblable à celui de la physique, mais d'une manière très différente. C'est-à-dire en fait, en mathématiques, ce qui se produit, c'est qu'on peut avoir de l'imagination, on peut imaginer une nouvelle théorie etc. Mais, le problème, c'est que, très vite, on va se heurter à une réalité, qui est la réalité mathématique, et cette réalité mathématique, elle est terrible, au sens où, je veux dire, que si on n'a pas tous les éléments d'une démonstration, si on n'a pas par exemple, je veux dire, la possibilité de vérifier les choses sur un ordinateur etc., on se rend compte en fait que la liberté dont on jouit est absolument minimale. Donc c'est pour ça que j'ai insisté sur le fait que le rôle de l'imagination en mathématiques, ce n'est pas d'imaginer de nouvelles choses, etc. Pas du tout. C'est de créer une image mentale à l'intérieur du cerveau. Là, ça sert vraiment. C'est quelque chose d'essentiel. Par contre après, il y a un tel carcan au niveau de l'imagination, par rapport à d'autres sujets, je pense aux artistes, je pense aux romanciers etc., ce carcan est tellement dur, tellement contraint, qu'en fait, ça empêche, ça annihile justement toute possibilité de liberté.

Alain Prochiantz : Très bien. Nous allons peut-être passer sur une première variation sur un air national allemand de Chopin, interprétée par Nikita Magaloff, sur lequel tu nous feras un petit commentaire.

Alain Connes : Exactement, bien sûr, oui oui.

(Intermède musical) : Sur un air national allemand

Alain Prochiantz : Est-ce que tu peux nous dire pourquoi tu as choisi ce morceau ?

Alain Connes : Voilà, alors, pourquoi est-ce que j'ai choisi cet air, ces variations. Bien sûr, pour l'interprétation de Nikita Magaloff, que j'aime beaucoup. Mais, en fait, ma raison est une raison très personnelle, et qui a à voir, comment dire, avec la structuration de l'imaginaire de l'enfant. Ce que je vais dire, c'est quelque-chose de très personnel, donc, mais peu importe, je pense que c'est quelque chose de générique. C'est-à-dire en fait, mes deux grands-parents du côté de ma mère viennent de Constantine en Algérie. Ils étaient originaires de cette ville. Et mon enfance a été bercée par le fait que justement, ma grand-mère maternelle était pianiste. Et elle était orpheline, elle était devenue orpheline à l'âge de 6 ans. Ses deux parents étaient morts. Elle était en Algérie, elle avait été recueillie dans un couvent, et elle me racontait, souvent, quand j'étais gamin, quand j'étais tout petit, des histoires de son père. Et son père, quand elle était toute petite, lui avait offert un piano, et lui avait joué, sur le piano, la partie des variations de Chopin qui est si belle, pas le tout début, mais le thème majeur et qui est introduit par Nikita Magaloff de manière incroyable, parce que c'est un morceau qu'on pourrait interpréter comme un morceau de technique mais pas du tout en fait, il a compris exactement à quel point l'exposition du thème devait être précédée par un ralentissement, etc., et à quel point le thème est beau.

Et en fait, mon enfance a été bercée par cette air, que j'ai eu beaucoup de mal à retrouver ensuite, lorsque j'ai écrit la généalogie de la famille, et donc en fait, ce que je voulais dire, c'est que je pense que l'imaginaire d'un enfant est structuré très tôt en particulier par la musique, et par, cette fois, l'imaginaire, au sens naïf, de ce que l'enfant peut imaginer quand il entend des histoires comme celle-là. Donc je ne suis jamais allé à Constantine. En fait, je ne suis jamais allé en Algérie, mais j'ai toujours eu dans ma tête, une image extrêmement intéressante, justement, de ce moment auquel le père de ma grand-mère qui était médecin, en fait, lui avait offert ce petit piano. Et le rôle que ça a joué...

Alain Prochiantz : Et est-ce que ça a un rapport avec la façon de penser en mathématicien ?

Alain Connes : Eh bien, disons qu'il est très connu, chaque mathématicien est différent, donc je ne veux pas faire de généralités. Mais en fait, il est très, très admis, qu'en général, les mathématiciens sont très intéressés par la musique, à défaut, forcément, d'être musiciens, puisqu'on n'a pas beaucoup de temps lorsqu'on est mathématicien, donc, si on veut pratiquer un instrument, c'est quelque chose qui occuperait trop de temps. Mais en général, ils sont très sensibles à la musique et c'est vrai, c'est vrai, et je continue ce que je disais tout à l'heure, c'est vrai qu'il y a une analogie très forte entre l'algèbre et la musique, par le déroulement dans le temps...

J'explique toujours bien sûr le fait que le langage lui-même, le langage que nous utilisons tout le temps, est non-commutatif puisqu'on peut pas permuter les lettres entre elles, à moins de faire des anagrammes mais... donc, il y a toute une relation très forte effectivement entre la musique et l'algèbre, je pense.

Alain Prochiantz : Et donc la temporalité...

Alain Connes : Et la temporalité, bien sûr, bien entendu.

Alain Prochiantz : Tu peux nous expliquer un peu cette question de la temporalité et un petit peu la géométrie non-commutative, comment ça se met là-dedans ?

Alain Connes : Oui, bien sûr. Alors disons qu'on a écrit deux livres, avec Dany Chéreau, qui est mon épouse, et puis Jacques Dixmier qui était mon professeur de thèse. Et justement, dans ces deux livres, on a continué ce thème qui est un thème essentiel dans ce que j'ai fait, dans ma vie de scientifique, et qui a démarré par la découverte du fait que lorsqu'on fait de l'algèbre, mais de manière non-commutative, c'est-à-dire qu'on ne s'autorise pas à permuter les lettres entre elles. Alors bien sûr, c'est quelque chose qui est essentiel parce que c'est ce qu'a trouvé Heisenberg, lorsqu'il a découvert la mécanique quantique.

Lorsqu'il a découvert la mécanique quantique, il a compris que lorsqu'on traite de systèmes tout petits, de systèmes microscopiques, en fait, contrairement à ce qu'on fait lorsqu'on fait de la physique classique, où on écrit $e = mc^2$ ou $e = c^2m$, c'est la même chose. Lorsqu'on travaille avec un système microscopique, on n'a plus le droit de permuter les lettres, c'est extraordinaire, il a fait une découverte fantastique. Et d'ailleurs, il a fait cette découverte à 4 heures du matin, alors qu'il était isolé sur l'île d'Heligoland et, ce qui est merveilleux en fait, c'est à quel point les découvreurs arrivent à transmettre, dans leurs écrits, Heisenberg l'a fait dans ses mémoires, l'extraordinaire vision qu'il a eue au moment où il a fait cette découverte. Et il a dit que c'était une vision qui était effrayante, parce que du fait qu'il était le premier à voir cela, en fait, il a eu devant lui un paysage qui était presque tout le paysage, et qui était effrayant. Et il le décrit merveilleusement. Et il n'est pas le seul à avoir été capable justement, en étant le premier découvreur, à transmettre cela.

Alors de mon côté donc, ce que j'avais perçu si vous voulez, c'est que, en fait, lorsqu'on fait de la géométrie non-commutative eh bien, automatiquement, c'est un certain type d'algèbre qui a été découverte par Von Neumann, automatiquement, l'algèbre elle-même sécrète son propre temps donc le fait que l'algèbre soit non-commutative sécrète le temps, le passage du temps et ça c'est quelque chose d'absolument bouleversant d'une certaine manière, et pendant des années et des années, j'avais été fasciné par ce fait-là. Bien sûr, mathématiquement, ça a un tas de conséquences parce que par exemple, l'algèbre a des périodes, etc., mais j'avais toujours été incapable d'avoir une idée de comment cette trouvaille, si vous voulez, pouvait trouver sa place en physique et donc ça c'est le sujet de notre premier livre, qui s'appelle Le théâtre quantique, qui est publié chez Odile Jacob et dans lequel, justement, on a essayé, moi et mes deux co-auteurs, de transmettre cette trouvaille, mais de telle sorte qu'elle puisse être perçue par le public.

C'est difficile, c'est difficile. Et dans le deuxième livre alors, Le Spectre d'Atacama, on est allé beaucoup plus loin au sens où là, on a essayé de transmettre justement, ce lien entre les formes et la musique, qui est un lien aussi extrêmement important, et qui dit que, lorsqu'on essaie par exemple d'expliquer où nous nous trouvons dans l'espace eh bien en fait, on se trouve confronté à un problème mathématique qui n'est pas du tout trivial, qui n'est pas du tout évident, qui est le problème de pouvoir donner un espace ou une forme, de manière plus générale, de manière invariante. Et ce que les mathématiques nous enseignent, c'est que si on veut donner une forme de manière invariante, la première chose qu'une forme nous procure, nous donne, c'est une gamme musicale, ça paraît quelque-chose de tout à fait étonnant donc : une forme nous procure une gamme musicale qui s'appelle un spectre. Et après, bien sûr, il y a à partir de là tout un développement. Le deuxième livre s'appelle Le Spectre d'Atacama parce que précisément, ce qui se produit, et qui est tout à fait étonnant, c'est que, alors qu'on peut calculer le spectre de formes ordinaires. Donc bon, si on regarde un espace comme un tambour, c'est Marc Kac qui avait depuis longtemps posé le problème si vous voulez : est-ce qu'on peut entendre la forme d'un tambour ?

C'est-à-dire qu'un tambour a des vibrations, lorsqu'on tape dessus, et il ne faut pas croire qu'on obtiendra toujours le même son ; c'est ce que savent faire les gens qui jouent de la batterie par exemple ; donc on a des sons très différents mais ces sons forment une gamme, et une question évidente, c'est "est-ce que on peut reconnaître la forme du tambour à partir de la gamme ?".

Alors c'est une question qui a une réponse mathématique mais la chose vraiment étonnante, alors qu'on peut calculer la gamme d'un objet géométrique, d'une forme géométrique que l'on connaît, il existe des spectres, donc j'identifie la gamme si vous voulez avec la gamme des fréquences. Et ces fréquences, on va les représenter par des raies spectrales. Il y a un problème qui se pose de manière absolument insolente. C'est qu'en fait, il existe des spectres, qui apparaissent complètement naturellement, et où on a vraiment une difficulté considérable, mais bon, dans certains cas, on y arrive, à retrouver la forme, la forme physique, dont le spectre est le spectre. Et alors, il y a un exemple qu'on explique et qui justifiera le deuxième morceau de musique dont je parlerai tout à l'heure... C'est un exemple qu'on explique en grand détail dans le livre, c'est ce qu'on appelle le spectre de la guitare.

Alors je vais essayer de l'expliquer, mais à nouveau, il faut que l'auditeur se prépare à construire lui-même des images mentales dans ce que je vais expliquer. Donc la première image mentale, c'est imaginez une guitare. Bon. Vous avez une guitare. Vous avez sans doute vu des guitares, donc vous pouvez imaginer dans votre tête ce que c'est qu'une guitare, j'ai pas besoin de vous la montrer. Alors si vous regardez une guitare, vous allez voir sur le manche de la guitare, des raies qui sont perpendiculaires au manche, et qu'on appelle des frettes. Alors si vous regardez attentivement ces frettes, vous allez voir... Regardez-les dans votre tête. Vous allez voir qu'au départ, il n'y a pas de frettes, il y a un espèce de trou, bon, qui va permettre des résonances. Et puis là, les frettes commencent. Et elles ne sont pas du tout espacées de manière régulière. On aurait pu penser que simplement, lorsqu'on regarde le manche de la guitare, si vous voulez, les frettes vont être espacées également. En fait, elles ne sont pas du tout espacées également Et le mathématicien, quand il voit l'espacement des frettes, il se pose tout de suite la question "mais pourquoi est-ce qu'on n'a pas espacé les frettes de manière égale ?". Alors la réponse, c'est une réponse mathématique, mais c'est une réponse qui est merveilleuse, parce qu'elle va nous donner un spectre. Et ce spectre, après, on va devoir chercher la forme dont c'est le spectre. Alors d'abord, quel est ce spectre ? Eh bien, quand on fait de la musique, on s'aperçoit d'une chose très importante, qui est que l'oreille n'est pas du tout sensible à 1 2 3 4 5, etc. elle n'est pas sensible à additionner, elle est sensible en fait à multiplier une fréquence par quelque chose, c'est-à-dire si on prend une fréquence et qu'on la multiplie par 2, ça correspond au passage à l'octave. L'oreille est sensible au passage à l'octave, elle ressent une correspondance entre les deux fréquences, elle ressent une harmonie entre les deux fréquences. C'est la multiplication par 2. L'oreille 'est également sensible à la multiplication par 3 : quand on prend une fréquence et quand la multiplie par 3, l'oreille entend une résonance, elle entend quelque chose qui correspond. Alors maintenant, comment cela explique-t-il le spectre de la guitare ? Ca explique le spectre de la guitare parce que, lorsqu'on élève le nombre 2 à la puissance 19, on obtient pratiquement le nombre 3 élevé à la puissance 12. Ca peut pas être une égalité parce que quand on élève 2 à la puissance 19, on obtient un nombre pair. Alors que quand on élève 3 à la puissance 12, on obtient un nombre impair. Donc ça ne peut pas être une égalité. En fait, ce qui se produit, c'est que si on regarde la racine douzième de 2, c'est un nombre qui vaut 1.05 etc., et c'est pratiquement la même chose que la racine $19^{\text{ème}}$ de 3, qu'est-ce que ça veut dire ? Ca veut dire qu'en musique, ce qu'on a fait, avec les frettes de la guitare, c'est qu'on s'est arrangé pour faire croire que ces deux nombres étaient égaux et le 12 en question, ce sont les 12 tonalités de la gamme bien tempérée. Et toute la musique est basée là-dessus. Et qu'est-ce que c'est que le spectre de la guitare ? Ce sont les puissances du nombre, qui est la racine douzième de 2, et qui est pratiquement la racine $19^{\text{ème}}$ de 3. Donc c'est quelque chose d'extraordinaire. Et alors, on se trouve là confronté à un problème parce qu'on a de manière évidente ce spectre. Ce spectre est devant nous et on se demande quel est l'objet donc il est le spectre. Alors quand on est mathématicien, on a un tas d'outils pour regarder ça ? Pourquoi ? Parce que quand on regarde le spectre qui correspond au tambour, ou le spectre qui correspond à une forme qui est bi-dimensionnelle, qui est de dimension 2, on s'aperçoit que sa gamme, elle croît comme une parabole. Si on regardait un objet de dimension 3, ça croîtrait avec une puissance 3, etc. Et alors, on regarde maintenant le spectre de la guitare ? *(Claquement de langue interrogatif).* Ah ! Il est extrêmement bizarre ! Parce que si on calcule sa dimension en utilisant ce que je vous ai dit avant, on obtient que c'est un objet de dimension 0, un objet de dimension 0 au sens où sa dimension est plus petite que tout nombre, non nul mais positif. Ah ? ! Alors la merveille, c'est qu'en fait, il y a un objet dont le spectre est le spectre de la guitare, mais c'est un objet de géométrie non-commutative. Donc on retombe sur ses pieds. Et donc en fait, le livre, le livre qu'on a écrit sur le Spectre d'Atacama, c'est un livre qui est entièrement basé sur le fait d'essayer de comprendre un spectre. Ce spectre a été observé par l'Observatoire d'Alma au Chili et pendant tout le livre, il y a un héros, enfin, il y en a plusieurs, il y a trois personnages essentiels, il y a un mathématicien, il y a une physicienne qui était là dans le premier livre, qui a échappé à un séjour quantique et tout le livre est basé sur le fait d'essayer de comprendre ce spectre mystérieux dans le désert d'Atacama.

Alain Prochiantz : Dans le désert d'Atacama. Donc nous allons écouter maintenant Salut d'amour, d'Elgar, joué par Itzhak Perlman et après, nous reprendrons notre discussion.

Alain Connes : Bien sûr.

(Intermède musical : Salut d'amour)

Alain Prochiantz : Après ce Salut d'amour, je rappelle que nous recevons aujourd'hui, dans le cadre de la série d'interviews sur le thème Imaginations, Alain Connes, mathématicien et professeur du Collège de France, titulaire de la chaire Analyse et géométrie. Alain, je crois que tu voulais t'exprimer sur ce morceau.

Alain Connes : Absolument. Pourquoi j'ai choisi cet air ? C'est pour illustrer exactement ce que je disais tout à l'heure, mais la différence entre le violon et la guitare. Donc la guitare, j'ai parlé du spectre de la guitare, et des frettes sur le manche de la guitare. Bon. C'est bien évident que quand on a un violon, on n'a pas de frettes, et la difficulté extraordinaire du violon vient du fait que justement, on n'a pas un spectre discret au sens mathématique, c'est-à-dire on n'a pas... Si vous voulez, un déplacement infinitésimal du doigt sur le manche du violon va faire toute la différence. Et cette interprétation de Itzhak Perlman Perlman, est merveilleuse, et c'est pour ça que je voulais qu'on l'écoute, elle est merveilleuse par l'infinie précision qu'il arrive à avoir, dans les sons qu'il produit ; mathématiquement, ce qu'on dit, si vous voulez, c'est que la différence entre la guitare et le violon, c'est que la guitare a un spectre discret, que j'ai expliqué tout à l'heure, le violon a un spectre continu. Mais il y a dans le spectre du violon la même difficulté que dans la guitare. C'est-à-dire qu'il y a une échelle exponentielle, c'est-à-dire que lorsqu'on passe d'une note à l' autre, naïvement on croirait qu'il faut le faire en espaçant les doigts d'une longueur égale, non, il faut le faire en les espaçant d'une longueur exponentielle, puisque ça correspond aux puissances du nombre d'avant.

Donc en fait, il y a toujours, toujours, entre deux violonistes, des différences infinitésimales et cette interprétation d'Itzhak Perlman est, de mon point de vue, une merveille parce qu'il y a de toutes petites nuances, infimes, que l'oreille perçoit bien sûr, et qui font que cette adaptation est merveilleuse.

Alain Prochiantz : Merci beaucoup, Alain Connes, j'aurais voulu revenir un tout petit peu sur la question du mathématicien, sur la question de la démonstration en fait, parce qu'il y a les conjectures. Comment ça vient une conjecture ? Et comment peut-on passer, après, du travail de la conjecture à la démonstration de la chose et ce sont deux façons différentes de faire des mathématiques. Ce sont deux types d'esprits mathématiques différents ?

Alain Connes : En fait, c'est toujours étonnant ce qui se produit avec les conjectures. C'est-à-dire en fait, un mathématicien découvre quelque chose de totalement nouveau. L'exemple que j'ai en tête, bien sûr, on en parle beaucoup dans le livre, c'est Riemann, au siècle dernier, au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, plus précisément, c'est pas le siècle dernier, qui a fait une découverte absolument phénoménale. En fait, il a trouvé qu'on pouvait comprendre les nombres premiers, donc comprendre l'aléatoire des nombres premiers, l'aléatoire qui n'était pas du tout contrôlé, à partir d'une fonction qui s'appelle la fonction zêta (ζ) et après avoir démontré une formule, donc il donne une formule exacte si vous voulez, pour le nombre de nombres premiers plus petits que n. C'est pas tellement le fait qu'il y ait une formule exacte, parce qu'il en existe d'autres, mais c'est le fait que cette formule en fait décrit exactement le comportement des nombres premiers. Et il s'est aperçu en fait, dans cette formule qu'il a démontrée, qu'il y avait une musique des nombres premiers, c'est-à-dire il a montré qu'il y avait un terme dominant, qui est facile à comprendre parce qu'en gros, les nombres premiers deviennent de plus en plus rares, en gros, comme l'inverse du nombre de chiffres du nombre qu'on regarde.

Donc quand on regarde les nombres premiers par exemple, entre 10000 et 100000, ou bien entre 100000 et 1000000, la proportion va être divisée par 2. En fait, cette chose-là, si vous voulez, ce phénomène-là, conduit à une fonction qu'on appelle le logarithme intégral, qui est effectivement le premier terme dans la formule de Riemann. Mais après, l'aléa des nombres premiers se manifeste justement par un spectre. Et se manifeste justement par ce qu'on pourrait appeler la musique des nombres premiers.

Alors en fait, quand Riemann a trouvé ça, il s'est aperçu en faisant des calculs, il a fait des calculs, il s'est aperçu que les zéros de sa fonction, qui gouverne justement le spectre, avaient l'air d'être tous sur une certaine droite. Et le fait qu'ils soient sur cette droite joue un rôle essentiel, parce que le fait qu'ils soient sur sa droite dit que la formule qu'il a donnée est une formule extrêmement précise. S'il y en avait qui étaient en dehors de cette droite, il y aurait une espèce de chaos qui s'introduit, ça ne serait pas du tout quelque chose d'agréable. Et il a conjecturé que tous ses zéros étaient là. Cette conjecture, elle a été faite donc, en gros dans les années 1850-1860, donc ça fait un temps considérable qu'elle a été faite, mais, je pense que lui était pratiquement sûr que c'était vrai, et en gros, il voulait continuer et faire une conjecture, c'est être pratiquement sûr qu'un résultat est vrai, et aller audelà.

Alors maintenant, cette conjecture de Riemann, elle a été vérifiée avec l'ordinateur, parce qu'avec l'ordinateur, on peut aller très très loin ; en fait, on a une manière de calculer, qui est très très efficace pour cette fonction, et on l'a vérifiée pour des milliards de zéros ; donc au niveau vérification, on a une indication très forte. On ne sait pas si elle est vraie parce qu'il y a d'autres conjectures qui avaient l'air d'être vraies comme ça, mais qui ne sont pas vraies pour des nombres très très grands, donc on ne sait pas si elle est vraie mais la manière dont il l'a trouvée, c'est qu'il n'avait pas envie de s'arrêter là, si vous voulez, et il avait envie d'aller plus loin.

Et bon après lui, il y a eu un très grand nombre de mathématiciens qui s'y sont intéressés, il y a eu par exemple des mathématiciens qui, lorsqu'ils prenaient l'avion ou etc., envoyaient une lettre en disant "j'ai démontré etc." en pensant que si l'avion se cassait la gueule..., à ce moment-là... *(rires)*. Voilà. Donc j'ai toutes sortes d'histoires, autour de cette conjecture. Mais disons que, ce qu'elle a d'extraordinaire, ce qu'une conjecture comme celle-là a d'extraordinaire, c'est qu'en fait secrètement, elle a motivé la plupart des développements les plus intéressants en mathématiques au XX$^{\text{ème}}$ siècle. C'est-à-dire que si on connaît suffisamment de choses en mathématiques, on s'aperçoit que, quantité de développements qui n'ont a priori rien à voir avec la conjecture, en fait étaient motivés par celle-là ; un exemple typique, c'est toute la théorie des fonctions presque périodiques de Bohr, le footballeur, le frère du physicien, donc je veux dire, c'est étonnant, c'est étonnant. Et à ce propos-là, et ça, on l'explique en détail dans le livre, ce qu'il est important de savoir, c'est qu'un mathématicien devant un problème, a toujours une technique qui fait qu'il n'est pas désarmé et quelle est cette technique ? C'est une technique très intéressante qui je pense ne s'applique pas seulement aux mathématiques, elle s'applique, je pense, en fait à toutes sortes de domaines ; et c'est pour ça que je veux l'expliquer.

C'est une technique qui consiste à dire, face à un problème fixé, par exemple la conjecture de Riemann, au lieu d'être là à regarder le problème et puis d'être incapable de faire quoi que ce soit, non. Ce qu'on va faire, c'est la première chose qu'on va faire, c'est quelque chose de criminel d'une certaine manière. C'est-à-dire, on va prendre le problème et on va le généraliser. Alors ça paraît complètement idiot. Ca paraît complètement idiot de remplacer un problème particulier par un problème beaucoup plus général. Et l'exemple qu'on prend dans le livre, c'est l'exemple des tablettes de chocolat. C'est-à-dire qu'on est là, on vous regarde, et puis on vous demande "quelle est la manière optimale de casser une tablette de chocolat de 6 x 8 par exemple en petits carreaux ?". Et alors, l'intérêt de généraliser, c'est qu'on va maintenant pouvoir spécialiser le problème généralisé à des cas beaucoup plus simples. Ca, c'est formidable parce que si vous êtes confronté au problème d'une tablette de 6 x 8, vous êtes complètement coincé parce que vous vous dites “mais c'est trop compliqué, j'y arriverai jamais.” Par contre, si vous remplacez 6 et 8 par l et m, ça paraît bizarre. Mais maintenant, vous prenez $l = 1,\ m = 3$, vous avez une tablette de trois carreaux, trois carreaux. Bon ben pour la casser, c'est pas très difficile. Donc en fait, en mathématiques, on fait ça et on a fait ça pour l'hypothèse de Riemann, et ça a été quelque chose d'extrêmement fructueux parce que c'est ça qui a permis à André Weil justement, de démontrer une généralisation qui avait été faite et de démontrer que c'était vrai dans ce cas-là. Donc ça donne confiance et en général, justement, ça permet de donner un point d'ancrage, pour ce dont je parlais tout à l'heure, c'est-à-dire l'analogie. C'est-à-dire qu'une fois qu'on a démontré un cas particulier du problème généralisé, on a un outil extraordinaire qui est l'analogie. C'est-à-dire qu'on imagine que la démonstration qu'on a fait dans le cas particulier va pouvoir se transplanter, je ne dis pas se transposer, je dis se transplanter, comme je le disais tout à l'heure, avec les petites fleurs qui sont très fragiles. Donc elle va pouvoir se transplanter au cas qui nous intéresse vraiment. Donc le pouvoir créateur des conjectures n'est pas du tout négligeable, c'est une espèce de manière d'avoir vu plus loin que les autres, et après bon ben, après, il faut rentrer dans le dur, il faut essayer de démontrer la conjecture.

Alain Prochiantz : Mais les conjectures sont toujours démontrées ? Ou bien il y en a qui sont fausses ?

Alain Connes : Oui, bien sûr, il y en a qui sont fausses.

Alain Prochiantz : Et si on travaille sur une conjecture qui est fausse, et si on tire des résultats intéressants, et qu'on démontre qu'elle est fausse...

Alain Connes : En fait, ce qui se produit en mathématiques, c'est qu'il y a deux aspects. Il y a l'aspect il y a un problème, est-ce que ce problème est résolu ou non, bon... Ca, c'est un aspect des mathématiques. Mais il y a un aspect qui est largement aussi important, c'est l'aspect d'édifier des théories. Et par exemple Grothendieck était très connu justement pour lorsqu'on lui posait une question, etc. il essayait toujours de formuler la question dans le bon cadre, et ensuite d'édifier une théorie qui fasse en sorte que la question se résolve par elle-même. C'est Serre qui a employé la meilleure métaphore par rapport à ça : il disait que quand on lui posait un problème comme ça, il essayait de le laisser se dissoudre dans une marée montante de théories générales. Donc ça dit bien ce que ça veut dire. Et donc en fait, il y a l'impulsion qui est donnée par une question comme une conjecture etc. Très souvent justement, l'aspect le plus créateur, le plus positif d'une conjecture, c'est l'édification des théories qui vont permettre soit de la résoudre, soit de dire qu'elle est fausse. Ca peut très bien arriver. Et d'ailleurs, ce qu'on veut, c'est savoir la vérité. On ne veut pas, nécessairement, démontrer. En fait d'ailleurs, dans le livre, on raconte une histoire que je ne veux pas louper parce que le livre, Le Spectre d'Atacama, se termine par cette histoire ; cette histoire, c'est l'histoire d'un mathématicien vieillissant, bon, pensez à qui vous voudrez, qui s'est attaqué pendant des années à une conjecture bon, et qui finalement décide, parce qu'il voit qu'il n'a plus beaucoup de temps devant lui, de vendre son âme au diable, pour connaître la réponse. On dit au départ, pour connaître la réponse.

Alain Prochiantz : C'est une histoire connue, ça.

Alain Connes : Euh, pas tellement celle que l'on raconte...

Alain Prochiantz : L'histoire de vendre son âme au Diable, en tout cas.

Alain Connes : Bien sûr, bien sûr. Vendre son âme au Diable, c'est un phénomène connu, mais dans ce cas-là, ce qui se produit, c'est assez étonnant, parce qu'il finit par avoir rendez-vous avec le Diable et d'ailleurs le Diable est incarné par le Machine Learning. Hein ! *(rires)* Donc il finit par avoir un rendez-vous avec le diable et puis, lorsqu'il rencontre le Diable, il le rencontre dans une banlieue mal famée de Naples et le diable commence par lui faire signer les papiers comme quoi il a vendu son âme au diable et le mathématicien ne se rend pas compte que, du fait qu'il a signé les papiers et qu'il a donné son âme au Diable, il va changer de comportement. Donc le Diable lui dit “mais bon quel est votre souhait maintenant ? Il faut que vous donniez votre souhait...” Et le mathématicien dit “je souhaite que l'hypothèse de Riemann soit fausse” *(rires)* Et c'est seulement quand il rentre chez lui qu'il réalise qu'en fait, ce qu'il vient de dire, c'est parce qu'il avait vendu son âme et que donc, au lieu de souhaiter qu'elle soit vraie, etc., il a souhaité qu'elle soit fausse.

Alain Prochiantz : Cher Alain, je pense que nous allons bientôt clôre cet entretien qui était vraiment passionnant ; j'aimerais te poser une question : “est-ce que les mathématiques sont pour toi une langue naturelle ?”

Alain Connes : Alors je pense que non seulement, c'est une langue naturelle, mais je pense que c'est la seule langue qui nous permettra de communiquer avec une intelligence extraterrestre. Et ça rejoint le livre mais je suis désolé de le mentionner trop, mais eh bien, ce qui se produit dans le livre justement, c'est que ce message qui est reçu et qui est le spectre d'Atacama, il est reçu en alternance avec les nombres premiers, et une intelligence terrestre, un mathématicien, ne peut pas manquer de reconnaître une intelligence extérieure à nous, et qui se manifeste par cette compréhension qui est extraordinaire, qui a été faite par Riemann au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, donc ce que je prétends, ...et il y a un langage qui a été inventé qui s'appelle le Lincos..., mais ce que je prétends, c'est qu'on pourra communiquer justement avec les extraterrestres grâce au langage mathématique, pourquoi ? Parce que c'est le seul langage qui n'est pas auto-référentiel. C'est le seul langage qui n'est pas auto-référentiel, c'est-à-dire que, contrairement à un dictionnaire qui, quand on cherche la définition d'un mot fait référence à un autre mot, qui lui-même fait référence à un autre mot etc. etc., n'est pas auto-référentiel.

Alain Prochiantz : Mais ce langage est composé, donc, pour revenir au point de départ, d'images mentales.

Alain Connes : Euh non, ce langage est composé, au départ, par exemple de signaux, qu'on envoie de manière spectrale, qu'on envoie de manière répétitive...

Alain Prochiantz : Mais par exemple toi, quand tu penses ?...

Alain Connes : Ah quand je pense, bien sûr, je pense à travers des images mentales, bien entendu.

Alain Prochiantz : Tu ne penses jamais en langue naturelle ?...

Alain Connes : Non, non, non. La langue naturelle, je veux dire, c'est une langue qui après, péniblement, essaie de transcrire nos images mentales, nos manières de penser, etc., mais je dis “péniblement” parce qu'en général, je n'arrive pas à transmettre ça de manière vraiment satisfaisante, j'essaie de manière orale etc., il y a des gens qui sont vraiment forts pour le faire, et je pense en particulier à Grothendieck. Grothendieck était capable lorsque, ce dont on parlait tout à l'heure, c'est-à-dire à propos d'une idée qui n'était pas encore mûre, il était capable de se mettre à écrire sur elle et ça,...

Alain Prochiantz : Ca la faisait mûrir ?...

Alain Connes : Ca la faisait mûrir, mais je pense que ça n'est pas donné à tout le monde d'être capable d'écrire sur une idée qui n'est pas encore mûre et de la faire mûrir, je veux dire.

Alain Prochiantz : De la sortir de son cocon...

Alain Connes : De la sortir de son écrin, de son cocon. Et il y a une autre chose que je voulais dire quand même, avant qu'on termine, c'est, je ne sais pas si ça a été mentionné dans un autre dialogue sur l'imagination, mais il y a un exemple extraordinaire, c'est l'exemple de Eureka d'Edgar Poe. Donc cet exemple, c'est quand même merveilleux, de savoir qu'un poète a pu, au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, avoir l'intuition pas seulement du Big Bang, mais du fait que l'univers pouvait ensuite avoir un Big Crunch, etc., et qu'il a pu être moqué, il a été moqué pendant plus d'un siècle, jusqu'à ce que finalement, on s'aperçoive qu'en fait, il avait raison, mais il avait raison par une intuition purement géniale, et purement poétique.

Alain Prochiantz : Voilà, eh bien, écoutez, je pense que c'est la meilleure façon de terminer cet entretien avec, je le rappelle, Alain Connes, titulaire de la chaire Analyse et géométrie du Collège de France. Merci Alain, d'être venu aujourd'hui et à bientôt.