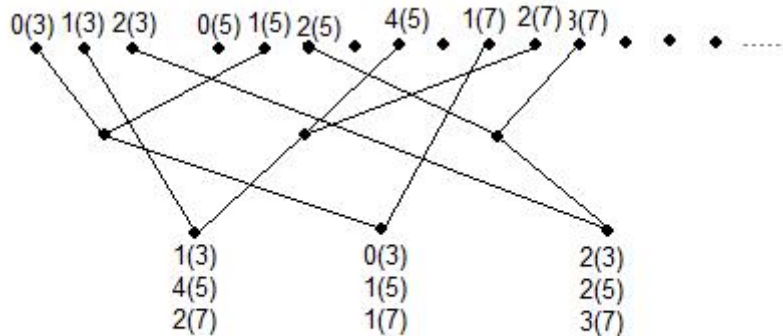


# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

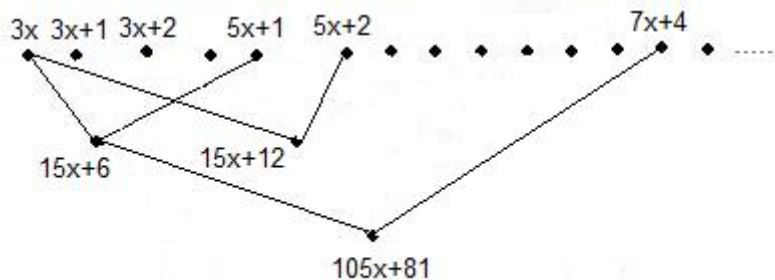
# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)



# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

Au lieu de mettre les ensembles de congruences sur les noeuds, on peut mettre l'écriture sous la forme  $ax + b$ .

## Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)



# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ On rappelle qu'idéalement, chaque nombre entier a une écriture infinie contenant l'infinitude de ses restes selon l'infinitude des nombres premiers.

# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ On rappelle qu'idéalement, chaque nombre entier a une écriture infinie contenant l'infinitude de ses restes selon l'infinitude des nombres premiers.
- ▶ Donc le treillis qu'on a représenté devrait idéalement avoir une infinité de niveaux et les singletons devraient se trouver sur le niveau à l'infini inférieur de la page.

# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ On rappelle qu'idéalement, chaque nombre entier a une écriture infinie contenant l'infinitude de ses restes selon l'infinitude des nombres premiers.
- ▶ Donc le treillis qu'on a représenté devrait idéalement avoir une infinité de niveaux et les singletons devraient se trouver sur le niveau à l'infini inférieur de la page.
- ▶ Si on veut visualiser les inclusions, il faut se limiter à une écriture finie pour chaque nombre : on décide de représenter  $2x$  par un vecteur de  $\pi(x) - 1$  lettres, le nombre de premiers impairs inférieurs à la moitié de  $2x$ .

# Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ On rappelle qu'idéalement, chaque nombre entier a une écriture infinie contenant l'infinitude de ses restes selon l'infinitude des nombres premiers.
- ▶ Donc le treillis qu'on a représenté devrait idéalement avoir une infinité de niveaux et les singletons devraient se trouver sur le niveau à l'infini inférieur de la page.
- ▶ Si on veut visualiser les inclusions, il faut se limiter à une écriture finie pour chaque nombre : on décide de représenter  $2x$  par un vecteur de  $\pi(x) - 1$  lettres, le nombre de premiers impairs inférieurs à la moitié de  $2x$ .
- ▶ Les singletons  $\{2x\}$  se retrouvent ainsi au niveau  $\pi(x)$ .



## Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ Un nombre peut appartenir à plusieurs ensembles non comparables d'un même niveau (exemple : 15 est à la fois un  $0(3)$  et un  $0(5)$ ).

## Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ Un nombre peut appartenir à plusieurs ensembles non comparables d'un même niveau (exemple : 15 est à la fois un  $0(3)$  et un  $0(5)$ ).
- ▶ Un nombre appartient à tous les ensembles de nombres situés sur les chemins qui conduisent de son singleton aux ensembles de nombres du premier niveau (en haut du schéma du treillis) (exemple : 15 est à la fois un  $0(3)0(5)1(7)$  ainsi que au niveau juste au-dessus un  $0(3)0(5)$  ou bien un  $0(3)1(7)$  ou bien un  $0(5)1(7)$ ).

## Le treillis des ensembles de nombres (cf Cantor)

- ▶ On utilise l'ordre de comparaison entre les nombres suivant : d'abord on les ordonne selon  $\pi(i)$  croissant : d'abord 6 et 8 qui ont leur  $\pi(x)$  égal à 1, puis 10, 12, leur  $\pi(x)$  vaut 2, puis 14, 16, 18, 20, leur  $\pi(x)$  vaut 3, et ainsi de suite. Enfin, à  $\pi(x)$  constant, on ordonne les nombres qui ont même  $\pi(x)$  selon l'ordre lexicographique de leur écriture, cette ordre lexicographique s'effectuant selon l'ordre naturel sur les premiers impairs (d'abord la coordonnée (mod 3), puis la coordonnée (mod 5), puis la coordonnée (mod 7)), etc.

# Mon insurmontable problème !

Une matrice carrée peut-elle contenir au moins un 1 par ligne, sachant qu'elle a obligatoirement dans sa partie droite un certain nombre de colonnes ne contenant que des 0, sans que l'une de ses sous-matrices carrées en haut à gauche ne contienne elle-aussi au moins un 1 par ligne ? J'ai testé quelques exemples et je n'arrive pas à en trouver une qui aurait au moins un 1 par ligne et qui aurait TOUTES ses sous-matrices carrées en haut-à gauche qui ne contiendraient pas au moins un 1 par ligne, c'est à dire qui contiendraient chacune au moins une ligne ne contenant que des 0...

## Multiples tentatives

Il s'agit de trouver LA matrice du nombre qui ne serait pas Goldbach mais qui serait tel qu'AUCUN nombre plus petit que lui ne serait pas Goldbach non-plus (ce qui équivaut à dire que tous les nombres plus petits que lui seraient quant à eux Goldbach, i.e. auraient au moins une ligne ne contenant que des 0 dans leur matrice carrée de booléens associée).

