Deux constantes, Denise Vella-Chemla, mai 2025

Quand on s'intéresse aux nombres premiers, à la conjecture de Goldbach, et qu'on regarde un tout petit peu ce qui est connu autour de l'hypothèse de Riemann, il y a une constante qui se met à envahir l'esprit, forcément, c'est la constante

$$\frac{1}{2}.$$

On la représentera par le symbole ɥ.

Quand on s'intéresse aux pavages de Penrose, une autre constante intervient, c'est le nombre d'or,

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

On fait une analogie entre ces deux constantes en se rappelant que φ vérifie l'équation

$$\varphi^2 = \varphi + 1.$$

L'expression la plus symétrique qu'on trouve de φ sur la toile est la suivante [1]:

$$\varphi = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}} \simeq 1.618\ldots$$

Effectivement $\dfrac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} \simeq 2.618\ldots$, juste à 1 de φ !

L'équation quadratique concernant ɥ, qui serait analogue à celle vérifiée par φ, est

$$2\,\text{ɥ}^2 = 1 - \text{ɥ}$$

On encadre les deux équations, pour bien les rapprocher :

$$\boxed{\begin{array}{rrrr} \varphi^2 & -\varphi & -1 & = 0 \\ 2\text{ɥ}^2 & +\text{ɥ} & -1 & = 0 \end{array}}$$

[1] Cela "fonctionne" (étonne) avec $\sqrt{2}$ aussi :

$$\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}} = 1+\sqrt{2},$$

c'est-à-dire que $\sqrt{\dfrac{-1}{3-2\sqrt{2}}} = 1+\sqrt{2}$, dingue, non ?!